sp

16/10/2014

En rouge : système de racines restreintes

Table des formes réelles de petit rang

Alg. complexe		Forme compacte	rg réel 1	rg réel 1	rg réel 2	rg réel 3	rg réel 4
$\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C}) \simeq \mathfrak{so}_3(\mathbb{C}) \simeq \mathfrak{sp}_1(\mathbb{C})$	A_1	$\mathfrak{sl}_1(\mathbb{H}) \simeq \mathfrak{su}_2(\mathbb{C})$, $\mathfrak{so}_3(\mathbb{R})$, $\mathfrak{sp}(1)$ — 0	$\mathfrak{su}_{1,1} = \mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$, $\mathfrak{so}(2,1)$, $\mathfrak{sp}_1(\mathbb{R})$ — A_1				
$\mathfrak{sl}_3(\mathbb{C})$	A_2	$\mathfrak{su}_3(\mathbb{C})$ — 0	$\mathfrak{su}(2,1)$ — $(BC)_1$		$\mathfrak{sl}_3(\mathbb{R})$ — A_2		
$\mathfrak{so}_5(\mathbb{C})$, $\mathfrak{sp}_2(\mathbb{C})$	B_2	$\mathfrak{so}_5(\mathbb{R})$, $\mathfrak{sp}(2)$ — 0	$\mathfrak{so}(4,1)$, $\mathfrak{sp}(1,1)$ — A_1		$\mathfrak{so}(3,2)$, $\mathfrak{sp}_2(\mathbb{R})$ — B_2		
G_2	G_2	$\mathfrak{g}_2$ — 0			G — G_2		
$\mathfrak{sl}_4(\mathbb{C})$, $\mathfrak{so}_6(\mathbb{C})$	A_3	$\mathfrak{su}_4(\mathbb{C})$, $\mathfrak{so}_6(\mathbb{R})$ — 0	$\mathfrak{su}(3,1)$, $\mathfrak{so}^*(6)$ — $(BC)_1$	$\mathfrak{sl}_2(\mathbb{H})$, $\mathfrak{so}(5,1)$ — A_1	$\mathfrak{su}(2,2)$, $\mathfrak{so}(4,2)$ — B_2	$\mathfrak{sl}_4(\mathbb{R})$, $\mathfrak{so}(3,3)$ — A_3	
$\mathfrak{so}_7(\mathbb{C})$	B_3	$\mathfrak{so}_7(\mathbb{R})$ — 0	$\mathfrak{so}(6,1)$ — A_1	~~$\mathfrak{so}(5,1)$~~	$\mathfrak{so}(5,2)$ — B_2	$\mathfrak{so}(4,3)$ — B_3	
$\mathfrak{sp}_3(\mathbb{C})$	C_3	$\mathfrak{sp}(3)$ — 0	$\mathfrak{sp}(2,1)$ — $(BC)_1$			$\mathfrak{sp}_3(\mathbb{R})$ — C_3	
$\mathfrak{sl}_5(\mathbb{C})$	A_4	$\mathfrak{su}_5(\mathbb{C})$ — 0	$\mathfrak{su}(4,1)$ — $(BC)_1$		$\mathfrak{su}(3,2)$ — $(BC)_2$		$\mathfrak{sl}_5(\mathbb{R})$ — A_4
$\mathfrak{so}_9(\mathbb{C})$	B_4	$\mathfrak{so}_9(\mathbb{R})$ — 0	$\mathfrak{so}(8,1)$ — A_1		$\mathfrak{so}(7,2)$ — B_2	$\mathfrak{so}(6,3)$ — B_3	$\mathfrak{so}(5,4)$ — B_4
$\mathfrak{sp}_4(\mathbb{C})$	C_4	$\mathfrak{sp}(4)$ — 0	$\mathfrak{sp}(3,1)$ — $(BC)_1$		$\mathfrak{sp}(2,2)$ — B_2		$\mathfrak{sp}_4(\mathbb{R})$ — C_4
$\mathfrak{so}_8(\mathbb{C})$	D_4	$\mathfrak{so}_8(\mathbb{R})$ — 0	$\mathfrak{so}(7,1)$ — A_1		$\mathfrak{so}(6,2)$, $\mathfrak{so}^*(8)$ — B_2	$\mathfrak{so}(5,3)$ — B_3	$\mathfrak{so}(4,4)$ — D_4
F_4	F_4	$\mathfrak{f}_4$ — 0	F II — $(BC)_1$				F I — F_4

Remarque : 4/03/2015

$\mathfrak{so}_4(\mathbb{C}) \simeq \mathfrak{so}_3(\mathbb{C}) \times \mathfrak{so}_3(\mathbb{C})$

$\mathfrak{so}_4(\mathbb{R}) \simeq \mathfrak{so}_3(\mathbb{R}) \times \mathfrak{so}_3(\mathbb{R})$

$\mathfrak{so}(3,1) \simeq \mathfrak{so}_3(\mathbb{C})$

$\mathfrak{so}(2,2) \simeq \mathfrak{so}(2,1) \times \mathfrak{so}(2,1)$

$\mathfrak{so}^*(4) \simeq \mathfrak{so}(2,1) \times \mathfrak{so}_3(\mathbb{R})$

Problème : trouver tous les diagrammes de Vogan possibles pour chaque forme réelle. ~~Que se passe-t-il si le nombre de sommets peints est pair ?~~

Il y a ~~plusieurs~~ deux formes réelles non isomorphes de même rang réel pour :
- $A_{3,5,7,\dots}$
- $D_{5,6,7,\dots}$
- E_6

Deux sommets peints = l'un ou l'autre.

Alg. complexe		Forme compacte	Rg réel 1	Rg réel 2	Rg réel 2	Rg réel 3	Rg réel 3	Rg réel 4	Rg réel 5	Rg réel 6	Rg réel 7	Rg réel 8
$\mathfrak{sl}_6(\mathbb{C})$	A_5	$\mathfrak{su}_6(\mathbb{C})$ — 0	$\mathfrak{su}(5,1)$ — $(BC)_1$	$\mathfrak{su}(4,2)$ — $(BC)_2$	$\mathfrak{sl}_3(\mathbb{H})$ — A_2	$\mathfrak{su}(3,3)$ — C_3			$\mathfrak{sl}_6(\mathbb{R})$ — A_5			
$\mathfrak{so}_{11}(\mathbb{C})$	B_5	$\mathfrak{so}_{11}(\mathbb{R})$ — 0	$\mathfrak{so}(10,1)$ — A_1	$\mathfrak{so}(9,2)$ — B_2		$\mathfrak{so}(8,3)$ — B_3		$\mathfrak{so}(7,4)$ — B_4	$\mathfrak{so}(6,5)$ — B_5			
$\mathfrak{sp}_5(\mathbb{C})$	C_5	$\mathfrak{sp}(5)$ — 0	$\mathfrak{sp}(4,1)$ — $(BC)_1$	$\mathfrak{sp}(3,2)$ — $(BC)_2$					$\mathfrak{sp}_5(\mathbb{R})$ — C_5			
$\mathfrak{so}_{10}(\mathbb{C})$	D_5	$\mathfrak{so}_{10}(\mathbb{R})$ — 0	$\mathfrak{so}(9,1)$ — A_1	$\mathfrak{so}(8,2)$ — B_2	$\mathfrak{so}^*(10)$ — $(BC)_2$	$\mathfrak{so}(7,3)$ — B_3		$\mathfrak{so}(6,4)$ — B_4	$\mathfrak{so}(5,5)$ — D_5			
$\mathfrak{sl}_7(\mathbb{C})$	A_6	$\mathfrak{su}_7(\mathbb{C})$ — 0	$\mathfrak{su}(6,1)$ — $(BC)_1$	$\mathfrak{su}(5,2)$ — $(BC)_2$		$\mathfrak{su}(4,3)$ — $(BC)_3$				$\mathfrak{sl}_7(\mathbb{R})$ — A_6		
$\mathfrak{so}_{13}(\mathbb{C})$	B_6	$\mathfrak{so}_{13}(\mathbb{R})$ — 0	$\mathfrak{so}(12,1)$ — A_1	$\mathfrak{so}(11,2)$ — B_2		$\mathfrak{so}(10,3)$ — B_3		$\mathfrak{so}(9,4)$ — B_4	$\mathfrak{so}(8,5)$ — B_5	$\mathfrak{so}(7,6)$ — B_6		
$\mathfrak{sp}_6(\mathbb{C})$	C_6	$\mathfrak{sp}(6)$ — 0	$\mathfrak{sp}(5,1)$ — $(BC)_1$	$\mathfrak{sp}(4,2)$ — $(BC)_2$		$\mathfrak{sp}(3,3)$ — C_3				$\mathfrak{sp}_6(\mathbb{R})$ — C_6		
$\mathfrak{so}_{12}(\mathbb{C})$	D_6	$\mathfrak{so}_{12}(\mathbb{R})$ — 0	$\mathfrak{so}(11,1)$ — A_1	$\mathfrak{so}(10,2)$ — B_2	~~$\mathfrak{so}^*(12)$ — B~~	$\mathfrak{so}(9,3)$ — B_3	$\mathfrak{so}^*(12)$ — C_3	$\mathfrak{so}(8,4)$ — B_4	$\mathfrak{so}(7,5)$ — B_5	$\mathfrak{so}(6,6)$ — D_6		
	E_6	$\mathfrak{e}_6$ — 0		E III — $(BC)_2$	E IV — A_2			E II — F_4		E I — E_6		
	E_7	$\mathfrak{e}_7$ — 0				E VII — C_3		E VI — F_4			E V — E_7	
	E_8	$\mathfrak{e}_8$ — 0						E IX — F_4				E VIII — E_8