Formulaire de Statistiques

L1 de Psychologie – année 2023/2024

Mode d'évaluation et connaissances exigibles 2

Résumés **3**

Statistiques descriptives à une variable 3

Couple de variables statistiques 3

Probabilité 4

Estimation 4

Utilisation des calculatrices **6**

Utilisation de calculatrices *Casio* 6

Utilisation de calculatrices *TI* 8

Utilisation de calculatrices *NumWorks* 10

Tables **11**

Table 1 : Loi Normale centrée réduite 11

Table 2 : Loi de Student 12

Table 3 : Loi du χ^2 13

Au cours du semestre, les feuilles de TD et résumés des cours sont mis en ligne sur

`https://plubel-prod.u-bourgogne.fr/course/view.php?id=889`.

Mode d'évaluation et connaissances exigibles

Pour les examens de statistiques, et en particulier le contrôle terminal d'une durée de deux heures, les étudiants amènent leur formulaire **vierge de toute annotation** et leur calculette scientifique, dont le "*mode examen*" devra être utilisé pendant toute la durée de l'épreuve. Si la calculatrice n'a pas de "*mode examen*" (anciens modèles), elle devra être réinitialisée avant l'épreuve.
Le contrôle continu (CC) en cours de semestre comptera un contrôle commun, comptant pour les deux tiers de la note de CC. L'autre tiers de la note de CC sera attribuée au sein de chaque groupe de TD : elle s'appuiera principalement sur un ou des contrôles écrits en temps limité, et pourra aussi prendre en compte le passage au tableau des étudiants, un ou plusieurs devoir(s) maison, etc.
Le contrôle continu et l'examen terminal (CT) compteront chacun pour la moitié de la note de l'UE.

Lors des contrôle écrits et de l'examen terminal, l'étudiant sera évalué sur sa capacité à
Statistiques descriptives à une variable

1. Connaître et savoir identifier les différents types de variables statistiques
2. Réorganiser les données fournies, si leur format n'est pas adapté aux calculs ou à l'analyse qu'il souhaite en faire.
3. En détaillant les calculs si l'énoncé le demande, déterminer la moyenne, l'écart type, les fréquences, les fréquences cumulées, la médiane et (pour les données regroupées en classes) les quartiles.
4. Lire des représentations graphiques et en déduire la valeur de proportions.
5. Calculer des proportions expérimentales à partir de données.

Statistiques descriptives à deux variables

6. Tracer ou exploiter un nuage de points.
7. Déterminer la covariance, le coefficient de corrélation linéaire, et le coefficient de corrélation des rangs (de Spearman) de deux variables statistiques ; détailler les calculs si l'énoncé le demande.
8. Déterminer la droite de régression $D_{Y|X}$ (ou $D_{X|Y}$ selon le contexte), et l'utiliser pour des regressions linéaires.

Probabilités, combinatoire

9. Calculer $n!$ et $\binom{n}{k}$. Manipuler le symbole $\sum$.
10. Reconnaître les situations où la loi est uniforme, binomiale, ou normale. Déterminer, le cas échéant, ses paramètres.
11. Connaître les propriétés des lois binomiale et normale (moyenne et variance).
12. Déterminer la probabilité de n'importe quel intervalle pour toute loi uniforme, binomiale, ou normale.
    Si demandé, détailler les calculs, en utilisant (pour la loi normale) la table du formulaire.
    En déduire des « effectifs théoriques ».
13. Déterminer l'intervalle ayant une probabilité fixée (sous certaines conditions) – *exemple : trouver le plus petit a tel que* $\mathbb{P}[X \leqslant a] \geqslant 10\%$.
    Cas particulier : quartiles.
14. Utiliser la loi normale pour faire des calculs approchés pour une loi binomiale, après avoir vérifié que les conditions de l'approximation sont satisfaites. Savoir dans quel cas faire une correction de continuité, et savoir faire cette correction de continuité pour n'importe quel intervalle fermé.

Estimation

15. Estimer par intervalle de confiance une proportion, une moyenne ou une variance.
    Détailler les calculs et vérifier que les conditions sont réunies pour procéder à l'estimation.
16. Déterminer la taille d'échantillon nécessaire pour que l'estimation atteigne une certaine précision.

17. Effectuer les calculs sur calculette, avoir conscience de la précision (ou l'imprécision) des résultats.
18. Interpréter les résultats obtenus, indiquer leur signification.

La lisibilité des copies et la présentation des calculs, raisonnements et résultats pourra aussi être prise en compte.

Statistiques descriptives à une variable

Moyenne et écart-type d'une variable statistique X sur un échantillon de taille n

	Données brutes (petits échantillons)	Effectifs par modalités (grands échantillons)	Données regroupées en classes
Notation	x_i : valeur de X pour l'individu i n : taille de l'échantillon	n_i : effectif de la modalité x_i r : nombre de modalités	n_i : effectif d'une classe dont le centre est noté c_i r : nombre de classes
Moyenne	$m(X) = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i$	$m(X) = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{r} n_i x_i$	$m(X) \approx \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{r} n_i c_i$
$m(X^2)$	$m(X^2) = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (x_i^2)$	$m(X^2) = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{r} n_i(x_i^2)$	$m(X^2) \approx \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{r} n_i(c_i^2)$
Variance	$\mathrm{Var}(X) = m\Big((X-m(X))^2\Big) = m(X^2) - \Big(m(X)\Big)^2$		
Écart-type	$s(X) = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$ (le plus petit des deux écarts-types qu'affichent les calculettes)		
Écart-type corrigé	$\hat{s}(X) = \sqrt{\dfrac{n}{n-1}}\, s(X)$ (le plus grand des deux écarts-types qu'affichent les calculettes)		

Médiane et quartiles

Données brutes : échantillons (généralement petits) de n individus.
On ordonne les valeurs prises par ordre croissant. La médiane est la $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{ième}}$ valeur. Si $\frac{n+1}{2}$ n'est pas entier, on prend le milieu entre la $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{ième}}$ et la $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{ième}}$.

Données regroupées en classes :
Dans ce cas, la médiane est la valeur Med telle que $P_r[X \leqslant \text{Med}] = 0{,}5$.

- Notation : $F_X(a) = \mathbb{P}_r[X \leqslant a]$
- **Classe médiane**, notée ci-dessous $[a_i; a_{i+1}[$: première classe dont la fréquence cumulée est supérieure à 0,5.
- **Médiane** : $\text{Med} \simeq a_i + \dfrac{a_{i+1} - a_i}{F_X(a_{i+1}) - F_X(a_i)}\big(0{,}5 - F_X(a_i)\big)$.
- Si F_X est exprimé en %, alors il faut remplacer `0,5` par `50` dans cette formule.

Quartiles : Pour le premier et le troisième quartiles, on utilise la même formule en remplaçant 0,5 par 0,25 pour le premier quartile (Q_1) et par 0,75 pour le troisième (Q_3).
Attention la classe $[a_i,a_{i+1}[$ à considérer change aussi.

Couple de variables statistiques

Corrélation et régression de deux variables X et Y

Covariance : $\mathrm{Cov}(X;Y) = m\Big((X-m(X)) \times (Y-m(Y))\Big) = m(XY) - m(X)m(Y)$

Coefficient de corrélation linéaire : $r(X;Y) = \dfrac{\mathrm{Cov}(X;Y)}{s(X)\cdot s(Y)}$

Coefficient de corrélation des rangs de Spearman :

En notant x_i' le rang de la valeur x_i, $\quad r_s(X;Y) \approx 1 - 6\dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i' - y_i')^2}{n(n^2-1)}$

Droites de régression :
• Droite $D_{Y|X}$ (détermination de Y en fonction de X) :

$D_{Y|X}$: $\;Y = aX + b\;$ où $\;a = \dfrac{\mathrm{Cov}(X;Y)}{\mathrm{Var}(X)} = r(X;Y) \times \dfrac{s(Y)}{s(X)},\;$ et $\;b = m(Y) - a\cdot m(X)$

• Droite $D_{X|Y}$ (détermination de X en fonction de Y) :

$D_{X|Y}$: $\;X = a'Y + b'\;$ où $\;a' = \dfrac{\mathrm{Cov}(X;Y)}{\mathrm{Var}(Y)} = r(X;Y) \times \dfrac{s(X)}{s(Y)},\;$ et $\;b' = m(X) - a'\cdot m(Y)$

Probabilité

Nombre de Permutations de n éléments **:** $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$

Nombre de Combinaisons de k éléments parmi n

- si $0 \leqslant k \leqslant n$, on note $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$
- si $k < 0$ ou $k > n$, on considère que $\binom{n}{k} = 0$

Remarques

$\binom{n}{0} = 1, \qquad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

$\binom{n}{k}$ est parfois noté C_n^k

Loi uniforme

On parle de "loi uniforme" lorsque chaque cas a la même probabilité.

Probabilité d'un événement : $\dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre total de cas}}$.

Loi binomiale

On répète n fois de manière indépendante une expérience qui a une probabilité de succès p. On note X le nombre de succès obtenus.

Alors $X \sim \mathcal{B}(n;p)$, c'est à dire $\mathbb{P}[X=k] = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Moyenne : $m(X) = np$, **Variance** : $Var(X) = np(1-p)$, **Écart-type** : $s(X) = \sqrt{np(1-p)}$

Loi normale

- Si $X \sim \mathcal{N}(\mu;\sigma)$, alors $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0;1)$
- Si $Z \sim \mathcal{N}(0;1)$, alors $\mathbf{P}[a \leqslant Z \leqslant b] = F(b) - F(a)$, où F est la fonction tabulée en page 11.
  - pour $z < 0$, $F(z) = 1 - F(|z|)$.
  - $F(\infty) = 1$ et dès que $z \geqslant 3{,}9$, $F(z) \simeq 1{,}0000$.

Approximation de la loi binomiale par une loi normale

- Si $n\,p(1-p) \geqslant 1000$, alors
  - $\mathcal{B}(n;p) \approx \mathcal{N}\left(np; \sqrt{np(1-p)}\right)$.
  - Si $S \sim \mathcal{B}(n\,;\,p)$, alors $P = \frac{S}{n} \approx \mathcal{N}\left(p; \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$.
- Si $10 \leqslant n\,p(1-p) < 1000$, alors $\mathcal{B}(n;p) \approx \mathcal{N}\left(np; \sqrt{np(1-p)}\right)$, mais il faut faire une *correction de continuité*.

Si $S \sim \mathcal{B}(n\,;\,p)$ et $X \sim \mathcal{N}\left(np; \sqrt{np(1-p)}\right)$, cette *correction de continuité* signifie par exemple que l'on approxime $\mathbb{P}[8 \leqslant S \leqslant 12] \approx \mathbb{P}[7{,}5 \leqslant X \leqslant 12{,}5]$.

Estimation

Estimation d'une proportion

Dans une population $\mathcal{P}$, on désigne par p la proportion des individus qui satisfont un caractère "C" donné. On prélève ensuite dans $\mathcal{P}$ un échantillon $\mathcal{E}$ de taille n. On note p_e la proportion expérimentale dans l'échantillon $\mathcal{E}$.

On se donne une confiance c (ou un risque d'erreur $\alpha = 1 - c$). **Si** $\mathbf{n\,p_e\,(1-p_e) \geqslant 10}$, alors on peut déterminer un intervalle de confiance pour p selon la procédure suivante :

1. Dans la table de la loi normale, on cherche la valeur z_α telle que $F(z_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2} = \frac{c+1}{2}$.

   Par exemple :

confiance: c	0,9	0,95	0,96	0,98	0,99	0,995
risque d'erreur: α	0,1	0,05	0,04	0,02	0,01	0,005
z_α	1,645	1,960	2,054	2,326	2,576	2,807

2. On calcule $a_\alpha = z_\alpha . \sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{n}}$
3. Avec la confiance $c = 1 - \alpha$, on peut affirmer que p se trouve dans l'intervalle :

$$I_\alpha(p) = [p_e - a_\alpha, p_e + a_\alpha]$$

Taille de l'échantillon

Taille de l'échantillon pour avoir une précision h avec une confiance $c = 1 - \alpha$:

- si on a un échantillon de référence on utilise sa valeur p_e on prend $n > z_\alpha^2 \dfrac{p_e(1-p_e)}{h^2}$
- si on n'a pas d'échantillon de référence alors on prend $n > z_\alpha^2 \dfrac{1}{4h^2}$.

Estimation d'une moyenne

Dans une population $\mathcal{P}$, on désigne par X une variable statistique de moyenne μ et d'écart-type σ. On prélève ensuite dans $\mathcal{P}$ un échantillon $\mathcal{E}$ de taille n. On note m_e, s_e et $\hat{s}_e$ respectivement la moyenne, l'écart-type et l'écart type corrigé de l'échantillon.
Étant donnée une confiance c (ou un risque d'erreur $\alpha = 1 - c$), on peut déterminer un intervalle de confiance pour μ selon la procédure suivante :

- Cas $n \geqslant 30$.
  1. Dans la table de la loi normale, on cherche la valeur z_α telle que $F(z_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2} = \frac{c+1}{2}$.

     Par exemple :

confiance: c	0,9	0,95	0,96	0,98	0,99	0,995
risque d'erreur: α	0,1	0,05	0,04	0,02	0,01	0,005
z_α	1,645	1,960	2,054	2,326	2,576	2,807

  2. Avec la confiance $c = 1 - \alpha$, on peut affirmer que μ se trouve dans l'intervalle :

$$I_\alpha(\mu) = [m_e - a_\alpha ; m_e + a_\alpha] \qquad \text{où} \qquad a_\alpha = z_\alpha \frac{s_e}{\sqrt{n-1}} = z_\alpha \frac{\hat{s}_e}{\sqrt{n}}$$

- Cas $n < 30$. On doit avoir l'hypothèse "*X suit une loi normale.*"
  1. Dans la table de la loi de Student, on cherche t_α telle que $\mathbb{P}[-t_\alpha \leqslant T_n \leqslant t_\alpha] = c$.
     Cela revient à lire sur la table de Student la valeur t_α avec $p = \frac{\alpha}{2}$ pour $n-1$ degrés de liberté (d.d.l).

     Par exemple :

confiance: c	0,9	0,95	0,96	0,98	0,99	0,995
risque d'erreur: α	0,1	0,05	0,04	0,02	0,01	0,005
lire sur la table pour $p =$	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005	0,0025

  2. Avec la confiance $c = 1 - \alpha$, on peut affirmer que μ se trouve dans l'intervalle :

$$I_\alpha(\mu) = [m_e - a_\alpha ; m_e + a_\alpha] \qquad \text{où} \qquad a_\alpha = t_\alpha \frac{s_e}{\sqrt{n-1}} = t_\alpha \frac{\hat{s}_e}{\sqrt{n}}$$

Taille de l'échantillon

Taille de l'échantillon pour avoir une précision h avec une confiance $c = 1 - \alpha$:

$$n > z_\alpha^2 \frac{(s_e)^2}{h^2}.$$

Estimation d'un écart type

Dans une population $\mathcal{P}$ de taille N, on désigne par X une variable statistique suivant une loi $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$. On prélève ensuite dans $\mathcal{P}$ un échantillon $\mathcal{E}$ de taille n. On note respectivement s_e et $\hat{s}_e$ l'écart type et l'écart type corrigé de l'échantillon.
Étant donnée une confiance c (ou un risque d'erreur $\alpha = 1 - c$), on peut déterminer un intervalle de confiance pour σ selon la procédure suivante :

1. On cherche dans la table de la loi du χ^2 à $n-1$ ddl les valeurs :

$$x_1 \quad \text{lu pour } q = \frac{\alpha}{2} = \frac{1-c}{2} \qquad\qquad x_2 \quad \text{lu pour } p = \frac{\alpha}{2} = \frac{1-c}{2}$$

   Ce qui revient à lire sur la table du χ^2 de la façon suivante :

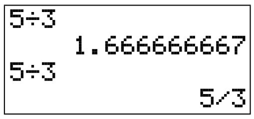
confiance: c	0,9	0,95	0,96	0,98	0,99	0,995
risque d'erreur: α	0,1	0,05	0,04	0,02	0,01	0,005
lire sur la table pour p ou $q =$	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005	0,0025

2. Avec la confiance $c = 1 - \alpha$, on peut affirmer que σ se trouve dans l'intervalle :

$$I_\alpha(\sigma) = \left[s_e \sqrt{\frac{n}{x_2}} ; s_e \sqrt{\frac{n}{x_1}} \right] = \left[\hat{s}_e \sqrt{\frac{n-1}{x_2}} ; \hat{s}_e \sqrt{\frac{n-1}{x_1}} \right]$$

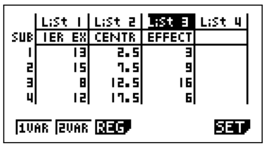
Utilisation de calculatrices *Casio*

Remarques préliminaires



- Le nom des menus, des fonctions, etc peut varier selon le modèle, la configuration, etc. Il est nécessaire de s'être entraîné à utiliser la calculatrice et/ou d'avoir consulté le manuel du modèle de calculatrice que vous avez.
- Il est parfois nécessaire d'utiliser la touche [F↔D] pour obtenir un résultat décimal au lieu d'une fraction (ou inversement).

Éditeur de listes

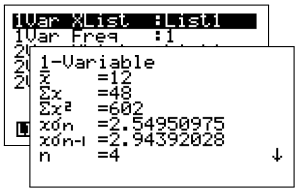


L'éditeur de liste permet d'entrer dans la calculatrice les données afin de demander ensuite à la calculatrice de déterminer leur moyenne, leur écart-type, les droites de régression, etc.
On y accède avec la touche [MENU], en choisissant `STAT`. Si l'on souhaite supprimer des données antérieures, on peut utiliser `DEL-A` (avec [F5] puis [F4]) pour supprimer toute une colonne, ou `DEL` (avec [F5] puis [F3]) pour supprimer une seule case.

Statistiques univariées : cas de données brutes

On considère l'exemple d'un groupe de 4 étudiants qui, à un contrôle, ont eu pour notes respectives 13, 15, 8 et 12. On souhaite calculer la moyenne, l'écart-type et la médiane des notes.

- On entre les valeurs dans une des colonnes de l'éditeur de liste. Par exemple dans la capture d'écran précédente, on les a entrées dans la première colonne (qui s'intitule `List 1` et que l'on a nommée `1ER EX` pour cette capture d'écran).
- On indique à la calculatrice quelles colonnes considérer :
  Depuis l'éditeur de listes, choisir `CALC` (touche [F2]) puis `SET` (touche [F6]). Dans le menu qui apparaît, entrer `List1` dans la ligne `1Var XList` (avec [F1] [1] [EXE]), si les données ont été entrées dans la 1ère colonne de l'éditeur. Dans la ligne `1Var Freq`, entrer `1` (et ignorer les lignes commençant par `2Var`).



- On revient dans l'éditeur de liste (avec [EXIT]) et on choisit `1VAR` (touche [F1]). La moyenne s'affiche alors dans la ligne `x̄`, l'écart-type dans la ligne `xσn`, la médiane dans la ligne `Med` ...

Statistiques univariées : effectifs par modalité (ou par classe)

On considère par exemple les données suivantes :

Note	[0 ;5[	[5 ;10[	[10 ;15[	[15 ;20[
Effectif	3	9	16	6

- On entre les valeurs dans une des colonnes de l'éditeur de liste. Par exemple dans la capture d'écran de l'éditeur de liste, on a entré les centres des classes dans la deuxième colonne (qui s'intitule `List 2` et que l'on a nommée `CENTR` pour cette capture d'écran), et les effectifs dans la troisième colonne (`List 3`, que l'on a nommée `EFFECT` pour plus de lisibilité).
- Comme précédemment, on indique à la calculatrice quelles colonnes considérer : Cette fois-ci, dans le menu qui apparaît avec `SET`, on choisit `List 2` dans la ligne `1Var XList` (si les centres des classes sont dans la deuxième colonne de l'éditeur de listes) et `List 3` dans la ligne `1Var Freq` (si les effectifs sont dans la deuxième colonne de l'éditeur de listes).
- Choisir `1VAR` pour afficher la moyenne, l'écart-type, etc.

Statistiques bivariées

On entre de même les données dans l'éditeur puis on choisit `SET`. On indique la colonne où l'on a entré les valeurs de X dans la ligne `2Var XList` et celle où l'on a entré les valeurs de Y dans la ligne `2Var YList`. En présence d'effectifs, on indique la colonne correspondante dans la ligne `2Var Freq` (dans la cas contraire on met `1` dans cette ligne).
La fonction `2Var` calcule les moyennes et écarts-type de X et Y, tandis qu'en choisissant `REG`, puis `x` on obtient la droite de régression $D_{Y|X}$, et le coefficient de corrélation linéaire.

Coefficients binomiaux

(Exemple du calcul de $\binom{6}{2}$ et $\binom{6}{4}$ (qui sont égaux car $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$))

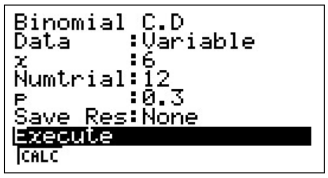
Pour $\binom{6}{2}$, taper `6` , puis entrer `nCr`, puis taper `2` .
Pour accéder à `nCr`, taper `OPTN` , puis choisissez `PROB` (faire défiler avec `F6` avant de sélectionner avec `F3`), puis `nCr` (avec `F3`).

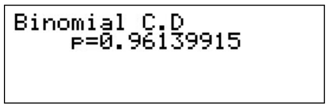
Remarques :

- La fonction factorielle `x!` se trouve dans le même menu.
- Certaines calculettes renvoient en message d'erreur quand on demande $\binom{n}{k}$ pour $k < 0$ ou $k > n$.

Loi Binomiale

(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[X \leqslant 6]$ lorsque $X \sim \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$)





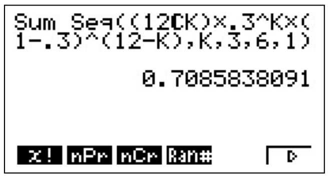
Dans `MENU` , choisir STAT, puis dans `DIST`, choisir `BINM` puis `Bcd`.
Dans le menu qui s'ouvre, entrer `Var` dans la ligne Data, puis renseigner les lignes suivantes :

- Comme on veut calculer $P[X \leqslant 6]$, on entre `6` `EXE` dans la ligne x .
- Pour $X \sim \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$, on entre 12 dans la ligne Numtrial et 0.3 dans la ligne p.

Entrer `CALC` (dans la ligne Execute) pour calculer et afficher la probabilité.

Loi Binomiale Sur un modèle ancien qui ne dispose pas de la fonction Bcd

(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6]$ lorsque $X \sim \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$)

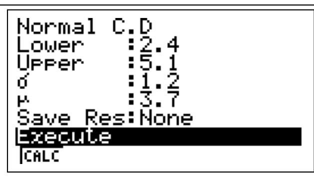


Si on cherche à calculer $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6]$ lorsque $X \sim \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$, on note tout d'abord que

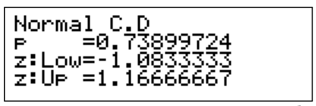
$$\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6] = \mathbb{P}[X=3] + \mathbb{P}[X=4] + \cdots + \mathbb{P}[X=6]$$
$$= \sum_{k=3}^{6} \mathbb{P}[X=k] = \sum_{k=3}^{6} \binom{12}{k} (0{,}3)^k (1-0{,}3)^{12-k}.$$

On utilise alors SumSeq , qui permet de calculer une telle somme (capture d'écran ci-contre).
Les fonctions Sum et Seq s'obtiennent avec `OPTN` , puis `LIST`, puis en faisant défiler jusqu'à `Sum` et `Seq`. La lettre K s'obtient avec `ALPHA` puis `,` , et la virgule avec la touche `,` . Les derniers arguments 'K,3,6,1", indiquent que les différents termes de la somme s'obtiennent en variant la valeur de k, en commençant par $k=3$, en allant jusqu'à $k=6$, et que pour obtenir le terme suivant on ajoute 1 à k.

Loi Normale



(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$ lorsque $X \sim \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$)
Dans `MENU` , choisir STAT, puis dans `DIST`, choisir `NORM` puis `Ncd`.
Dans le menu qui s'ouvre, entrer 2.4 dans la ligne Lower et 5.1 dans la ligne Upper (car on veut calculer $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$). Entrer enfin 1.2 dans la ligne σ et 3.7 dans la ligne μ (car on considère $X \sim \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$).
Entrer `CALC` (dans la ligne Execute) pour calculer et afficher la probabilité.



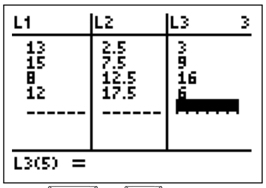
Remarque (lecture inverse) : On peut aussi résoudre des problèmes comme « *trouver a tel que* $\mathbb{P}[X \leqslant a] = 0{,}95$ » en choisissant `InvN` au lieu de `Ncd`. Pour cet exemple, on choisirait Left dans la ligne Tail, et 0.95 dans la ligne Area (et les paramètres de la loi normale dans les lignes σ et μ).

Utilisation de calculatrices *TI*

Remarques préliminaires

- Le nom des menus, des fonctions, etc peut varier selon le modèle, la configuration, etc. Il est nécessaire de s'être entraîné à utiliser la calculatrice et/ou d'avoir consulté le manuel du modèle de calculatrice que vous avez.
- Sur les calculatrices *TI*, la touche - sert uniquement à faire des soustractions, mais pas à entrer des nombres négatifs. Seule la touche (-) permet d'entrer des nombres négatifs.

Éditeur de listes

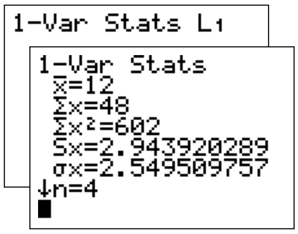


L'éditeur de liste permet d'entrer dans la calculatrice les données afin de demander ensuite à la calculatrice de déterminer leur moyenne, leur écart-type, les droites de régression, etc. On y accède en choisissant **Edit...** dans le menu STAT . Si l'on souhaite supprimer des données antérieures, on peut utiliser DEL pour supprimer une seule case, ou **ClrList** (dans le menu STAT) suivi du nom (**L1**, ou **L2** par exemple) de la colonne que l'on veut effacer. On peut entrer **L1** avec 2nd 1 .

Statistiques univariées : cas de données brutes

On considère l'exemple d'un groupe de 4 étudiants qui, à un contrôle, ont eu pour notes respectives 13, 15, 8 et 12. On souhaite calculer la moyenne, l'écart-type et la médiane des notes.

- On entre les valeurs dans une des colonnes de l'éditeur de liste. Par exemple dans la capture d'écran précédente, on les a entrées dans la première colonne (qui s'intitule **L1**).
- On exécute la commande **1-Var Stats L1**, où **L1** indique qu'on a mis les données dans la première colonne de l'éditeur de liste. La fonction **1-Var Stats** se trouve dans la colonne **CALC** du menu STAT (on y accède donc par STAT suivi de ▷ et ENTER), et **L1** s'obtient avec 2nd 1 .
  La moyenne s'affiche alors dans la ligne `x̄`, l'écart-type dans la ligne σ`x`, la médiane dans la ligne `Med` ...



Statistiques univariées : effectifs par modalité (ou par classe)

On considère par exemple les données suivantes :

Note	[0 ;5[	[5 ;10[	[10 ;15[	[15 ;20[
Effectif	3	9	16	6

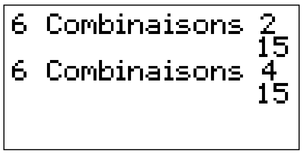
- On entre les valeurs dans une des colonnes de l'éditeur de liste. Par exemple dans la capture d'écran de l'éditeur de liste, on a entré les centres des classes dans la deuxième colonne (qui s'intitule **L2**), et les effectifs dans la troisième colonne (nommée **L3**).
- Si par exemple on a entré les valeurs (ou centre des classes) dans **L2** et les effectifs dans **L3**, alors on exécute cette fois-ci **1-Var Stats L2,L3**.

Statistiques bivariées

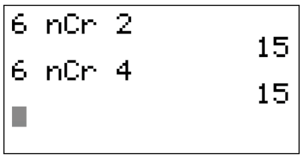
On entre de même les données dans l'éditeur puis on exécute **2-Var Stats** suivi du nom de la colonne ou on a entré les valeurs de X, puis celle où on a entré les valeurs de Y et le cas échéant celle où on en entré les effectifs (séparées à chaque fois par des virgules). On obtient ainsi les moyennes, écarts-type, etc.
La fonction **LinReg(ax+b)** (suivie elle aussi du nom des colonnes) donne pour sa part la droite $D_{Y|X}$.
Pour obtenir le coefficient de corrélation linéaire, on peut utiliser la fonction **LinRegTTest...** (qui affiche aussi plein d'autres informations non pertinentes pour ce cours).

Coefficients binomiaux

(Exemple du calcul de $\binom{6}{2}$ et $\binom{6}{4}$ (qui sont égaux car $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$))



Pour $\binom{6}{2}$, taper [6], puis entrer **Combinaisons**, puis taper [2].
Pour accéder à **Combinaisons**, taper [MATH], puis allez dans la colonne **PRB** (en appuyant 3 fois sur [▷]), puis choisir **Combinaisons** (en appuyant 2 fois sur [▽] puis sur [ENTER]).

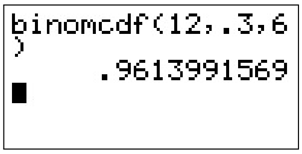


Remarques :

- La fonction factorielle « ! » se trouve dans le même menu.
- Certaines calculettes renvoient en message d'erreur quand on demande $\binom{n}{k}$ pour $k < 0$ ou $k > n$.
- Sur les TI anglophones (capture d'écran ci contre) la fonction **Combinaisons** s'appelle **nCr**.

Loi Binomiale

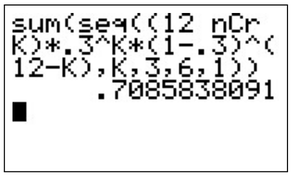
(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[X \leqslant 6]$ lorsque $X \sim \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$)



On utilise la fonction **binomFRep** (ou **binomcdf** sur les calculettes anglophones). On trouve cette fonction dans le menu `DISTR` accessible par [2nd] [VARS]. On entre ensuite les valeurs 12 et 0.3 (pour $X \sim \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$), séparées par des virgules, puis 6 (pour calculer $\mathbb{P}[X \leqslant 6]$). On finit par [)] [ENTER]. La valeur qui s'affiche alors est la probabilité $\mathbb{P}[X \leqslant 6]$.

Loi Binomiale Sur un ancien modèle sans la fonction binomFRep (ou binomcdf)

(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6]$ lorsque $X \sim \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$)



Si on cherche à calculer $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6]$ lorsque $X \sim \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$, on note tout d'abord que $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6] = \mathbb{P}[X = 3] + \mathbb{P}[X = 4] + \cdots + \mathbb{P}[X = 6]$

$$= \sum_{k=3}^{6} \mathbb{P}[X = k] = \sum_{k=3}^{6} \binom{12}{k} (0{,}3)^k (1 - 0{,}3)^{12-k}.$$

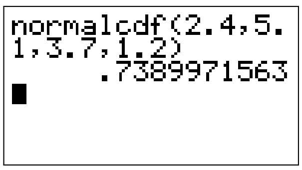
On utilise alors **sum(seq(**, qui permet de calculer une telle somme (capture d'écran ci-contre).

Les fonctions **sum** et **seq** se trouvent dans le menu `LIST` accessible avec [2nd], puis [STAT]. Une fois dans ce menu, **sum** se trouve dans la colonne **MATH** alors que **seq** se trouve dans la colonne **OPS**. La lettre **K** s'obtient avec [ALPHA] puis [(], et la virgule avec la touche [,]. Les derniers arguments **K,3,6,1**, indiquent que les différents termes de la somme s'obtiennent en variant la valeur de k, en commençant par $k = 3$, en allant jusqu'à $k = 6$, et que pour obtenir le terme suivant on ajoute 1 à k.

Remarque : Selon le modèle (et la langue) de la calculette, la fonction **sum** est susceptible de s'appeler **somme** et la fonction **seq** est susceptible de s'appeler **suite**.

Loi Normale

(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$ lorsque $X \sim \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$)



On utilise la fonction **normalFRep** (ou **normalcdf** sur les calculettes anglophones). On trouve cette fonction dans le menu `DISTR` accessible par [2nd] [VARS]. On entre ensuite les valeurs 2.4, 5.1, 3.7, et 1.2 (séparées par des virgules), pour indiquer qu'on calcule $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$ et que $X \sim \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$. On finit par [)] [ENTER]. La valeur qui s'affiche alors est la probabilité $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$.

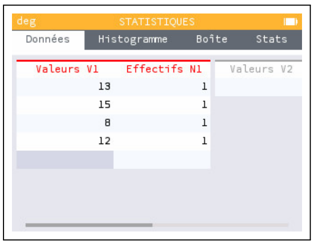
Remarque (lecture inverse) : On peut aussi résoudre des problèmes comme « *trouver a tel que* $\mathbb{P}[X \leqslant a] = 0{,}95$ » avec la fonction **invNorm** : par exemple si on pose cette question pour $X \sim \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$, il suffit d'exécuter **invNorm(0.95,3.7,1.2)**

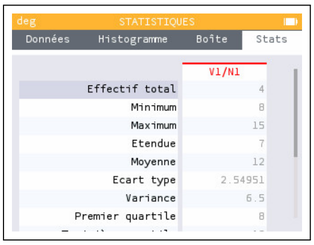
Utilisation de calculatrices *NumWorks*

Remarque préliminaire

Le nom des menus, des fonctions, etc peut varier selon le modèle, la configuration, etc. Il est nécessaire de s'être entraîné à utiliser la calculatrice et/ou d'avoir consulté le manuel du modèle de calculatrice que vous avez.

Statistiques univariées : cas de données brutes



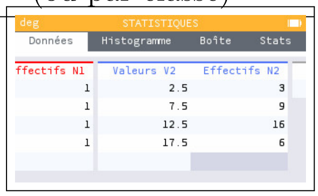


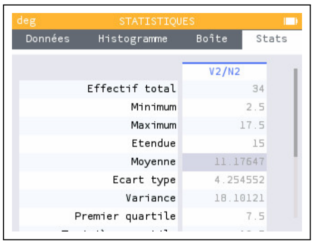
On considère l'exemple d'un groupe de 4 étudiants qui, à un contrôle, ont eu pour notes respectives 13, 15, 8 et 12. On souhaite calculer la moyenne, l'écart-type et la médiane des notes.

- Dans la partie Statistiques, (accessible depuis le menu), entrer ces données dans une des colonnes de l'onglet Données, comme dans la capture d'écran ci-contre. Les données seront dans une colonne (V1 ou V2, etc). Ne laissez que des 1 dans la colonne Effectifs correspondante, pour compter chaque valeur une fois.
- Passer dans l'onglet Stats (on utilise les flèches pour monter le curseur vers les onglets et le placer sur l'onglet Stats, puis OK pour changer d'onglet).

  Dans cette onglet, dans la même colonne que celle où on a entré les données (la colonne V1/N1 pour ces captures d'écran), on lit la moyenne, l'écart type, etc

Statistiques univariées : effectifs par modalité (ou par classe)





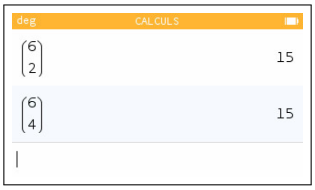
On considère par exemple les données suivantes :

Note	[0 ;5[	[5 ;10[	[10 ;15[	[15 ;20[
Effectif	3	9	16	6

- Entrer les données dans la partie Statistiques, (accessible depuis le menu), dans une des colonnes de l'onglet Données, comme dans la capture d'écran ci-contre. Les modalités (ou les centres des classes) seront dans une colonne (V1 ou V2, etc), et les effectifs dans la colonne Effectifs qui y est associée.
- Passer dans l'onglet Stats. Dans la même colonne que celle où on a entré les données (la colonne V2/N2 pour ces captures d'écran), on lit la moyenne, l'écart type, etc

Statistiques bivariées

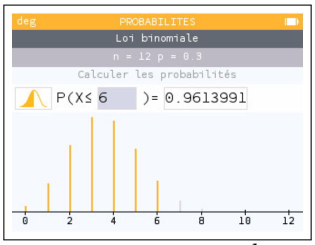
Entrer cette fois ci les données dans la partie Régressions (accessible depuis le menu). Après avoir entré les données dans une colonne, on obtient les moyennes, les écarts-type, le coefficient de corrélation linéaire, etc dans l'onglet Stats.



Coefficients binomiaux

On entre les coefficients binomiaux avec la fonction binomial, qui se trouve dans la partie Dénombrement de la boite à outils accessible avec .

Loi Binomiale et Loi Normale



Aller dans la partie Probabilités (accessible depuis le menu), choisir la loi (binomiale ou normale), entrer ses paramètres (n et p pour une loi binomiale, μ et σ pour une loi normale), puis entrer l'intervalle dont vous cherchez la probabilité. En déplaçant le curseur vers la gauche (dessin de loi normale) on peut choisir le type d'intervalle, avant de fixer les bords de l'intervalle.

Remarque (lecture inverse) : On peut aussi résoudre des problèmes comme « *trouver a tel que* $\mathbb{P}[X \leqslant a] = 0{,}95$ » avec la fonction invNorm (ou invbinom) : par exemple si on pose cette question pour $X \sim \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$, il suffit d'exécuter invNorm(0.95,3.7,1.2^2).

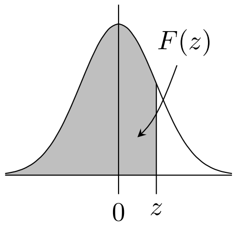
Les fonctions invNorm et invbinom se trouvent dans la boîte à outils (accessible avec), dans la partie Probabilités.

Table 1 : Loi Normale centrée réduite

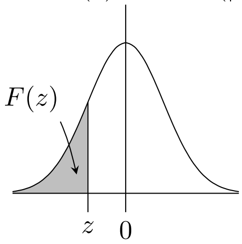
Fonction de répartition de la loi Normale centrée réduite

$F(z) = \mathbb{P}[Z \leqslant z]$ en fonction de z pour $Z \sim \mathcal{N}(0;1)$.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000



Remarque :
Si $z < 0$,
alors $F(z) = 1 - F(|z|)$.



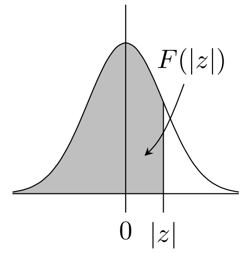


Table inverse de la loi Normale centrée réduite

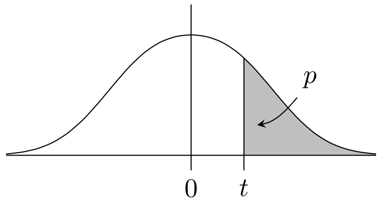
Valeurs de z en fonction de $F(z) = \mathbb{P}[Z \leqslant z]$, ou de la confiance (bilatérale) $c = 2\,F(z) - 1$.

$F(z)$	0,75	0,90	0,95	0,96	0,97	0,975	0,98	0,99	0,995	0,9975
confiance c	0,50	0,80	0,90	0,92	0,94	0,950	0,96	0,98	0,990	0,9950
z	0,674	1,282	1,645	1,751	1,881	1,960	2,054	2,326	2,576	2,807

Table 2 : Loi de Student

Table inverse de la loi de Student

t en fonction de p tel que $p = \mathbb{P}[T \geqslant t]$
pour T suivant une loi de Student.



ddl \ p	0,2	0,15	0,1	0,05	0,04	0,03	0,025	0,02	0,015	0,01	0,005	0,0025
1	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	7,9158	10,5789	12,7062	15,8945	21,2049	31,8205	63,6567	127,3213
2	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	3,3198	3,8964	4,3027	4,8487	5,6428	6,9646	9,9248	14,0890
3	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	2,6054	2,9505	3,1824	3,4819	3,8960	4,5407	5,8409	7,4533
4	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,3329	2,6008	2,7764	2,9985	3,2976	3,7469	4,6041	5,5976
5	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,1910	2,4216	2,5706	2,7565	3,0029	3,3649	4,0321	4,7733
6	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,1043	2,3133	2,4469	2,6122	2,8289	3,1427	3,7074	4,3168
7	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,0460	2,2409	2,3646	2,5168	2,7146	2,9980	3,4995	4,0293
8	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,0042	2,1892	2,3060	2,4490	2,6338	2,8965	3,3554	3,8325
9	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	1,9727	2,1504	2,2622	2,3984	2,5738	2,8214	3,2498	3,6897
10	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	1,9481	2,1202	2,2281	2,3593	2,5275	2,7638	3,1693	3,5814
11	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	1,9284	2,0961	2,2010	2,3281	2,4907	2,7181	3,1058	3,4966
12	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	1,9123	2,0764	2,1788	2,3027	2,4607	2,6810	3,0545	3,4284
13	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	1,8989	2,0600	2,1604	2,2816	2,4358	2,6503	3,0123	3,3725
14	0,8681	1,0763	1,3450	1,7613	1,8875	2,0462	2,1448	2,2638	2,4149	2,6245	2,9768	3,3257
15	0,8662	1,0735	1,3406	1,7531	1,8777	2,0343	2,1314	2,2485	2,3970	2,6025	2,9467	3,2860
16	0,8647	1,0711	1,3368	1,7459	1,8693	2,0240	2,1199	2,2354	2,3815	2,5835	2,9208	3,2520
17	0,8633	1,0690	1,3334	1,7396	1,8619	2,0150	2,1098	2,2238	2,3681	2,5669	2,8982	3,2224
18	0,8620	1,0672	1,3304	1,7341	1,8553	2,0071	2,1009	2,2137	2,3562	2,5524	2,8784	3,1966
19	0,8610	1,0655	1,3277	1,7291	1,8495	2,0000	2,0930	2,2047	2,3456	2,5395	2,8609	3,1737
20	0,8600	1,0640	1,3253	1,7247	1,8443	1,9937	2,0860	2,1967	2,3362	2,5280	2,8453	3,1534
21	0,8591	1,0627	1,3232	1,7207	1,8397	1,9880	2,0796	2,1894	2,3278	2,5176	2,8314	3,1352
22	0,8583	1,0614	1,3212	1,7171	1,8354	1,9829	2,0739	2,1829	2,3202	2,5083	2,8188	3,1188
23	0,8575	1,0603	1,3195	1,7139	1,8316	1,9782	2,0687	2,1770	2,3132	2,4999	2,8073	3,1040
24	0,8569	1,0593	1,3178	1,7109	1,8281	1,9740	2,0639	2,1715	2,3069	2,4922	2,7969	3,0905
25	0,8562	1,0584	1,3163	1,7081	1,8248	1,9701	2,0595	2,1666	2,3011	2,4851	2,7874	3,0782
26	0,8557	1,0575	1,3150	1,7056	1,8219	1,9665	2,0555	2,1620	2,2958	2,4786	2,7787	3,0669
27	0,8551	1,0567	1,3137	1,7033	1,8191	1,9632	2,0518	2,1578	2,2909	2,4727	2,7707	3,0565
28	0,8546	1,0560	1,3125	1,7011	1,8166	1,9601	2,0484	2,1539	2,2864	2,4671	2,7633	3,0469
29	0,8542	1,0553	1,3114	1,6991	1,8142	1,9573	2,0452	2,1503	2,2822	2,4620	2,7564	3,0380
30	0,8538	1,0547	1,3104	1,6973	1,8120	1,9546	2,0423	2,1470	2,2783	2,4573	2,7500	3,0298
31	0,8534	1,0541	1,3095	1,6955	1,8100	1,9522	2,0395	2,1438	2,2746	2,4528	2,7440	3,0221
32	0,8530	1,0535	1,3086	1,6939	1,8081	1,9499	2,0369	2,1409	2,2712	2,4487	2,7385	3,0149
33	0,8526	1,0530	1,3077	1,6924	1,8063	1,9477	2,0345	2,1382	2,2680	2,4448	2,7333	3,0082
34	0,8523	1,0525	1,3070	1,6909	1,8046	1,9457	2,0322	2,1356	2,2650	2,4411	2,7284	3,0020
35	0,8520	1,0520	1,3062	1,6896	1,8030	1,9438	2,0301	2,1332	2,2622	2,4377	2,7238	2,9960
36	0,8517	1,0516	1,3055	1,6883	1,8015	1,9419	2,0281	2,1309	2,2595	2,4345	2,7195	2,9905
37	0,8514	1,0512	1,3049	1,6871	1,8001	1,9402	2,0262	2,1287	2,2570	2,4314	2,7154	2,9852
38	0,8512	1,0508	1,3042	1,6860	1,7988	1,9386	2,0244	2,1267	2,2546	2,4286	2,7116	2,9803
39	0,8509	1,0504	1,3036	1,6849	1,7975	1,9371	2,0227	2,1247	2,2524	2,4258	2,7079	2,9756
40	0,8507	1,0500	1,3031	1,6839	1,7963	1,9357	2,0211	2,1229	2,2503	2,4233	2,7045	2,9712
41	0,8505	1,0497	1,3025	1,6829	1,7952	1,9343	2,0195	2,1212	2,2482	2,4208	2,7012	2,9670
42	0,8503	1,0494	1,3020	1,6820	1,7941	1,9330	2,0181	2,1195	2,2463	2,4185	2,6981	2,9630
43	0,8501	1,0491	1,3016	1,6811	1,7931	1,9317	2,0167	2,1179	2,2445	2,4163	2,6951	2,9592
44	0,8499	1,0488	1,3011	1,6802	1,7921	1,9305	2,0154	2,1164	2,2427	2,4141	2,6923	2,9555
45	0,8497	1,0485	1,3006	1,6794	1,7911	1,9294	2,0141	2,1150	2,2411	2,4121	2,6896	2,9521
46	0,8495	1,0483	1,3002	1,6787	1,7902	1,9283	2,0129	2,1136	2,2395	2,4102	2,6870	2,9488
47	0,8493	1,0480	1,2998	1,6779	1,7894	1,9273	2,0117	2,1123	2,2380	2,4083	2,6846	2,9456
48	0,8492	1,0478	1,2994	1,6772	1,7885	1,9263	2,0106	2,1111	2,2365	2,4066	2,6822	2,9426
49	0,8490	1,0475	1,2991	1,6766	1,7878	1,9253	2,0096	2,1099	2,2351	2,4049	2,6800	2,9397
50	0,8489	1,0473	1,2987	1,6759	1,7870	1,9244	2,0086	2,1087	2,2338	2,4033	2,6778	2,9370
51	0,8487	1,0471	1,2984	1,6753	1,7863	1,9236	2,0076	2,1076	2,2325	2,4017	2,6757	2,9343
52	0,8486	1,0469	1,2980	1,6747	1,7856	1,9227	2,0066	2,1066	2,2313	2,4002	2,6737	2,9318
53	0,8485	1,0467	1,2977	1,6741	1,7849	1,9219	2,0057	2,1055	2,2301	2,3988	2,6718	2,9293
54	0,8483	1,0465	1,2974	1,6736	1,7843	1,9211	2,0049	2,1046	2,2289	2,3974	2,6700	2,9270
55	0,8482	1,0463	1,2971	1,6730	1,7836	1,9204	2,0040	2,1036	2,2278	2,3961	2,6682	2,9247
56	0,8481	1,0461	1,2969	1,6725	1,7830	1,9197	2,0032	2,1027	2,2268	2,3948	2,6665	2,9225
57	0,8480	1,0459	1,2966	1,6720	1,7825	1,9190	2,0025	2,1018	2,2258	2,3936	2,6649	2,9204
58	0,8479	1,0458	1,2963	1,6716	1,7819	1,9183	2,0017	2,1010	2,2248	2,3924	2,6633	2,9184
59	0,8478	1,0456	1,2961	1,6711	1,7814	1,9177	2,0010	2,1002	2,2238	2,3912	2,6618	2,9164
60	0,8477	1,0455	1,2958	1,6706	1,7808	1,9170	2,0003	2,0994	2,2229	2,3901	2,6603	2,9146
61	0,8476	1,0453	1,2956	1,6702	1,7803	1,9164	1,9996	2,0986	2,2220	2,3890	2,6589	2,9127
62	0,8475	1,0452	1,2954	1,6698	1,7799	1,9158	1,9990	2,0979	2,2212	2,3880	2,6575	2,9110
63	0,8474	1,0450	1,2951	1,6694	1,7794	1,9153	1,9983	2,0971	2,2204	2,3870	2,6561	2,9093
64	0,8473	1,0449	1,2949	1,6690	1,7789	1,9147	1,9977	2,0965	2,2195	2,3860	2,6549	2,9076
65	0,8472	1,0448	1,2947	1,6686	1,7785	1,9142	1,9971	2,0958	2,2188	2,3851	2,6536	2,9060
66	0,8471	1,0446	1,2945	1,6683	1,7781	1,9137	1,9966	2,0951	2,2180	2,3842	2,6524	2,9045
67	0,8470	1,0445	1,2943	1,6679	1,7776	1,9132	1,9960	2,0945	2,2173	2,3833	2,6512	2,9030
68	0,8469	1,0444	1,2941	1,6676	1,7772	1,9127	1,9955	2,0939	2,2166	2,3824	2,6501	2,9015
69	0,8469	1,0443	1,2939	1,6672	1,7769	1,9122	1,9949	2,0933	2,2159	2,3816	2,6490	2,9001
70	0,8468	1,0442	1,2938	1,6669	1,7765	1,9118	1,9944	2,0927	2,2152	2,3808	2,6479	2,8987

Table 3 : Loi du χ^2

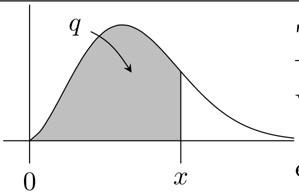
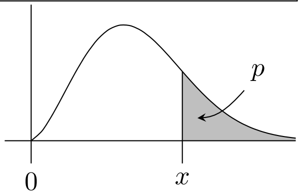


Table inverse de la loi du χ^2

Valeurs de x en fonction de q tel que $q = \mathbb{P}[\chi^2 \leqslant x]$
et de p tel que $p = \mathbb{P}[\chi^2 \geqslant x]$
en fonction du nombre de ddl du χ^2.



q	0,0025	0,005	0,01	0,02	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995	0,9975
ddl \ p	0,9975	0,995	0,99	0,98	0,975	0,95	0,9	0,1	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005	0,0025
1	0,00001	0,00004	0,0002	0,001	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	5,412	6,635	7,879	9,141
2	0,005	0,010	0,020	0,040	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	7,824	9,210	10,60	11,98
3	0,045	0,072	0,115	0,185	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	9,837	11,34	12,84	14,32
4	0,145	0,207	0,297	0,429	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,14	11,67	13,28	14,86	16,42
5	0,307	0,412	0,554	0,752	0,831	1,145	1,610	9,236	11,07	12,83	13,39	15,09	16,75	18,39
6	0,527	0,676	0,872	1,134	1,237	1,635	2,204	10,64	12,59	14,45	15,03	16,81	18,55	20,25
7	0,794	0,989	1,239	1,564	1,690	2,167	2,833	12,02	14,07	16,01	16,62	18,48	20,28	22,04
8	1,104	1,344	1,646	2,032	2,180	2,733	3,490	13,36	15,51	17,53	18,17	20,09	21,95	23,77
9	1,450	1,735	2,088	2,532	2,700	3,325	4,168	14,68	16,92	19,02	19,68	21,67	23,59	25,46
10	1,827	2,156	2,558	3,059	3,247	3,940	4,865	15,99	18,31	20,48	21,16	23,21	25,19	27,11
11	2,232	2,603	3,053	3,609	3,816	4,575	5,578	17,28	19,68	21,92	22,62	24,72	26,76	28,73
12	2,661	3,074	3,571	4,178	4,404	5,226	6,304	18,55	21,03	23,34	24,05	26,22	28,30	30,32
13	3,112	3,565	4,107	4,765	5,009	5,892	7,042	19,81	22,36	24,74	25,47	27,69	29,82	31,88
14	3,582	4,075	4,660	5,368	5,629	6,571	7,790	21,06	23,68	26,12	26,87	29,14	31,32	33,43
15	4,070	4,601	5,229	5,985	6,262	7,261	8,547	22,31	25,00	27,49	28,26	30,58	32,80	34,95
16	4,573	5,142	5,812	6,614	6,908	7,962	9,312	23,54	26,30	28,85	29,63	32,00	34,27	36,46
17	5,092	5,697	6,408	7,255	7,564	8,672	10,09	24,77	27,59	30,19	31,00	33,41	35,72	37,95
18	5,623	6,265	7,015	7,906	8,231	9,390	10,86	25,99	28,87	31,53	32,35	34,81	37,16	39,42
19	6,167	6,844	7,633	8,567	8,907	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	33,69	36,19	38,58	40,88
20	6,723	7,434	8,260	9,237	9,591	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	35,02	37,57	40,00	42,34
21	7,289	8,034	8,897	9,915	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	36,34	38,93	41,40	43,78
22	7,865	8,643	9,542	10,60	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	37,66	40,29	42,80	45,20
23	8,450	9,260	10,20	11,29	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	38,97	41,64	44,18	46,62
24	9,044	9,886	10,86	11,99	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	40,27	42,98	45,56	48,03
25	9,646	10,52	11,52	12,70	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	41,57	44,31	46,93	49,44
26	10,26	11,16	12,20	13,41	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	42,86	45,64	48,29	50,83
27	10,87	11,81	12,88	14,13	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	44,14	46,96	49,64	52,22
28	11,50	12,46	13,56	14,85	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	45,42	48,28	50,99	53,59
29	12,13	13,12	14,26	15,57	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	46,69	49,59	52,34	54,97
30	12,76	13,79	14,95	16,31	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	47,96	50,89	53,67	56,33
31	13,41	14,46	15,66	17,04	17,54	19,28	21,43	41,42	44,99	48,23	49,23	52,19	55,00	57,69
32	14,06	15,13	16,36	17,78	18,29	20,07	22,27	42,58	46,19	49,48	50,49	53,49	56,33	59,05
33	14,71	15,82	17,07	18,53	19,05	20,87	23,11	43,75	47,40	50,73	51,74	54,78	57,65	60,39
34	15,37	16,50	17,79	19,28	19,81	21,66	23,95	44,90	48,60	51,97	53,00	56,06	58,96	61,74
35	16,03	17,19	18,51	20,03	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	54,24	57,34	60,27	63,08
36	16,70	17,89	19,23	20,78	21,34	23,27	25,64	47,21	51,00	54,44	55,49	58,62	61,58	64,41
37	17,37	18,59	19,96	21,54	22,11	24,07	26,49	48,36	52,19	55,67	56,73	59,89	62,88	65,74
38	18,05	19,29	20,69	22,30	22,88	24,88	27,34	49,51	53,38	56,90	57,97	61,16	64,18	67,06
39	18,73	20,00	21,43	23,07	23,65	25,70	28,20	50,66	54,57	58,12	59,20	62,43	65,48	68,38
40	19,42	20,71	22,16	23,84	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	60,44	63,69	66,77	69,70
45	22,90	24,31	25,90	27,72	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	66,56	69,96	73,17	76,22
50	26,46	27,99	29,71	31,66	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	72,61	76,15	79,49	82,66
60	33,79	35,53	37,48	39,70	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	84,58	88,38	91,95	95,34
70	41,33	43,28	45,44	47,89	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	96,39	100,4	104,2	107,8
80	49,04	51,17	53,54	56,21	57,15	60,39	64,28	96,58	101,9	106,6	108,1	112,3	116,3	120,1
90	56,89	59,20	61,75	64,63	65,65	69,13	73,29	107,6	113,1	118,1	119,6	124,1	128,3	132,3
100	64,86	67,33	70,06	73,14	74,22	77,93	82,36	118,5	124,3	129,6	131,1	135,8	140,2	144,3
110	72,92	75,55	78,46	81,72	82,87	86,79	91,47	129,4	135,5	140,9	142,6	147,4	151,9	156,2
120	81,07	83,85	86,92	90,37	91,57	95,70	100,6	140,2	146,6	152,2	153,9	159,0	163,6	168,1
130	89,30	92,22	95,45	99,07	100,3	104,7	109,8	151,0	157,6	163,5	165,2	170,4	175,3	179,9
140	97,59	100,7	104,0	107,8	109,1	113,7	119,0	161,8	168,6	174,6	176,5	181,8	186,8	191,6
150	105,9	109,1	112,7	116,6	118,0	122,7	128,3	172,6	179,6	185,8	187,7	193,2	198,4	203,2