Formulaire de Statistiques
L1 de Psychologie

Les feuilles de TD et résumés des cours sont mis progressivement en ligne :
`http://leurent.perso.math.cnrs.fr/stats_ps1`

Mode d'évaluation et connaissances exigibles

Pour les examens de statistiques, et en particulier le contrôle terminal d'une durée de deux heures, les étudiants amènent leur formulaire **vierge de toute annotation** et leur calculette scientifique, **réinitialisée**.
Le contrôle continu en cours de semestre prendra à la fois en compte l'implication des étudiants dans le déroulement du semestre (en particulier, passage au tableau), et les connaissances exigibles (ci-dessous). La note donnée s'appuiera principalement sur des contrôles en temps limité (au moins deux au cours du semestre) et le passage au tableau impératif de chaque étudiant au moins une fois dans le semestre. De plus la note de contrôle continue pourra éventuellement prendre en compte un ou plusieurs devoir(s) maison.
Le contrôle continu et l'examen terminal compteront chacun pour la moitié de la note de l'UE.

Lors des contrôle écrits et de l'examen terminal, l'étudiant sera évalué sur sa capacité à
Statistiques descriptives à une variable

1. Réorganiser les données fournies, si leur format n'est pas adapté aux calculs ou à l'analyse qu'il souhaite en faire.
2. Déterminer la moyenne, l'écart type, les fréquences, les fréquences cumulées, la médiane et les quartiles, en détaillant les calculs.
3. Représenter graphiquement une distribution statistique (diagrammes en bâton, histogramme pour des variables continues).
4. Tracer le polygone de fréquences cumulées.
5. Calculer les proportions expérimentales $\mathbb{P}_r[X<a]$, $\mathbb{P}_r[X\leqslant a]$, $\mathbb{P}_r[X\geqslant a]$, etc. (de manière approchée si les données sont regroupées par classes).

Statistiques descriptives à deux variables

6. Tracer un nuage de points.
7. Déterminer la covariance, le coefficient de corrélation linéaire, et le coefficient de corrélation des rangs (de Spearman) de deux variables statistiques ; détailler les calculs.
8. Déterminer les deux droites de régressions $D_{Y|X}$ et $D_{X|Y}$.

Probabilités, combinatoire, échantillonage

9. Calculer $n!$ et $\binom{n}{k}$. Manipuler le symbole $\sum$.
10. Reconnaître les situations où la loi est Binomiale, Hypergéometrique, Normale, de Student ou du χ^2. Déterminer, le cas échéant, ses paramètres.
11. Connaître les propriétés des lois binomiale, hypergéometrique, et normale (moyenne, variance, coefficient d'exhaustivité).
12. Déterminer la probabilité d'un intervalle (ouvert, fermé, ou semi-ouvert) pour toute loi binomiale, hypergéometrique, ou normale.
    Détailler les calculs, en utilisant (pour la loi normale) la table du formulaire ; savoir faire une interpolation linéaire pour les valeurs absentes de la table.
    En déduire des « effectifs théoriques ».
13. Déterminer l'intervalle ayant une probabilité fixée (sous certaines conditions) – *exemple : trouver le plus petit a tel que* $\mathbb{P}[X \leqslant a] \geqslant 10\%$.
    Cas particulier : quartiles.
14. Faire des calculs approchés dans le cadre d'approximations (hypergéometrique $\rightsquigarrow$ binomiale, binomiale $\rightsquigarrow$ normale) après avoir vérifié que les conditions de l'approximation sont satisfaites.
    Savoir faire la correction de continuité, pour des intervalles fermés.

Estimation

15. Estimer par intervalle de confiance une proportion, une moyenne ou une variance.
    Détailler les calculs et vérifier que les conditions sont réunies pour procéder à l'estimation.
16. Déterminer la taille d'échantillon nécessaire pour que l'estimation atteigne une certaine précision.

17. Effectuer les calculs sur calculette, avoir conscience de la précision (ou l'imprécision) des résultats.
18. Interpréter les résultats obtenus, indiquer leur signification.

La lisibilité des copies et la présentation des calculs, raisonnements et résultats pourra aussi être prise en compte.

Statistiques descriptives à une variable

Formule d'interpolation linéaire :

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1); \quad x = x_1 + \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}(y - y_1)$$

Dans le cas des fréquences cumulées d'une variable continue X : $\quad F(a) = \mathbb{P}_r[X < a]$

$$\text{si } a_i \leqslant a < a_{i+1} \text{ alors :} \qquad F(a) \approx F(a_i) + \frac{F(a_{i+1}) - F(a_i)}{a_{i+1} - a_i}(a - a_i).$$

Remarque : La fonction de répartition peut être aussi évaluée en pourcentage.

Valeurs typiques

Calcul de la moyenne et de l'écart-type d'une variable statistique X sur un échantillon de taille n :

	Données brutes (petits échantillons)	Effectifs par modalités (grands échantillons)	Données regroupées en classes
Notation	x_i : valeur de X pour l'individu i	n_i : effectif de la modalité x_i	n_i : effectif d'une classe dont le centre est noté c_i
Moyenne	$m(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$	$m(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i x_i$	$m(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i c_i$
$m(X^2)$	$m(X^2) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)$	$m(X^2) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i(x_i^2)$	$m(X^2) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i(c_i^2)$
Variance	$V(X) = m\Big((X - m(X)\Big)^2 = m(X^2) - \Big(m(X)\Big)^2$		
Variance corrigée	$\hat{V} = \frac{n}{n-1}V$		
Écart-type	$s(X) = \sqrt{V(X)}$		
Écart-type corrigé	$\hat{s}(X) = \sqrt{\hat{V}} = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\ s(X)$		

Médiane et quartiles

Données brutes : échantillons (généralement petits) de n individus.
On ordonne les valeurs prises par ordre croissant. La médiane est la $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{ième}}$ valeur. Si $\frac{n+1}{2}$ n'est pas entier, on prend le milieu entre la $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{ième}}$ et la $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{ième}}$.
Q_1 est la médiane des $\frac{n}{2}$ premières valeurs (ou des $\frac{n-1}{2}$ premières valeurs si n est impaire). Q_3 est la médiane des $\frac{n}{2}$ (ou des $\frac{n-1}{2}$) dernières valeurs.

Données regroupées en classes : variable généralement continue.
Pour une variable X continue, la médiane est la valeur M_e telle que $P_r[X \leqslant M_e] = 0{,}5$.
On identifie d'abord une classe $[a_i; a_{i+1}[$ telle que $F(a_i) \leqslant 0{,}5$ et $F(a_{i+1}) \geqslant 0{,}5$. Cette classe s'appelle *classe médiane* et on a alors :

$$M_e \simeq a_i + \frac{a_{i+1} - a_i}{F(a_{i+1}) - F(a_i)}\big(0{,}5 - F(a_i)\big).$$

Si les fréquences cumulées sont exprimées en pourcentages on a :

$$M_e \simeq a_i + \frac{a_{i+1} - a_i}{F_{\%}(a_{i+1}) - F_{\%}(a_i)}\big(50 - F_{\%}(a_i)\big).$$

Pour le premier et le troisième quartiles, on utilise la même formule en remplaçant respectivement 0,5 (50%) par 0,25 (25%) pour Q_1 et 0,75 (75%) pour Q_3 en considérant les classes qui contiennent ces quartiles.

Couple de variables statistiques

Corrélation et régression de deux variables X et Y

Covariance : $\operatorname{cov}(X;Y) = m\Big((X - m(X)) \times (Y - m(Y)\Big) = m(XY) - m(X)m(Y)$

Coefficient de corrélation linéaire : $r(X;Y) = \dfrac{\operatorname{cov}(X;Y)}{s(X).s(Y)}$

Coefficient de corrélation des rangs de Spearman :

$$r_s(X;Y) \approx 1 - \left(6\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i'' - y_i'')^2}{n(n^2-1)}\right)$$

Droites de régression : de Y en X ($D_{Y_{|X}}$) et de X en Y ($D_{X_{|Y}}$) :

$$D_{Y_{|X}} : Y = aX + b \quad ; \quad a = \frac{\operatorname{cov}(X;Y)}{V(X)} = r(X;Y) \times \frac{s(Y)}{s(X)} \quad ; \quad b = m(Y) - a.m(X)$$

$$D_{X_{|Y}} : X = a'Y + b' \quad ; \quad a' = \frac{\operatorname{cov}(X;Y)}{V(Y)} = r(X;Y) \times \frac{s(X)}{s(Y)} \quad ; \quad b' = m(X) - a'.m(Y)$$

Combinatoire

Nombre de Permutations : (sans répétitions) de n éléments discernables :

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$$

Nombre d'Arrangements : (sans répétitions) de k éléments choisis parmi n :

$$A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Nombre de Combinaisons de k éléments parmi n

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \begin{cases} \dfrac{n!}{k!(n-k)!} & \text{si } 0 \leqslant k \leqslant n \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \qquad \binom{n}{0} = 1\,; \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

Modèle des tirages

Cas de deux couleurs

Une urne contient N billes dont N_1 blanches. On désigne par $p = \frac{N_1}{N}$ la proportion de billes blanches et par X la variable aléatoire qui donne le nombre de billes blanches dans un échantillon de n billes prélevées au hasard.

Cas avec remise : Loi binomiale : $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n;p)$, $\quad \mathbb{P}[X=k] = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Cas sans remise : Loi hypergéométrique :

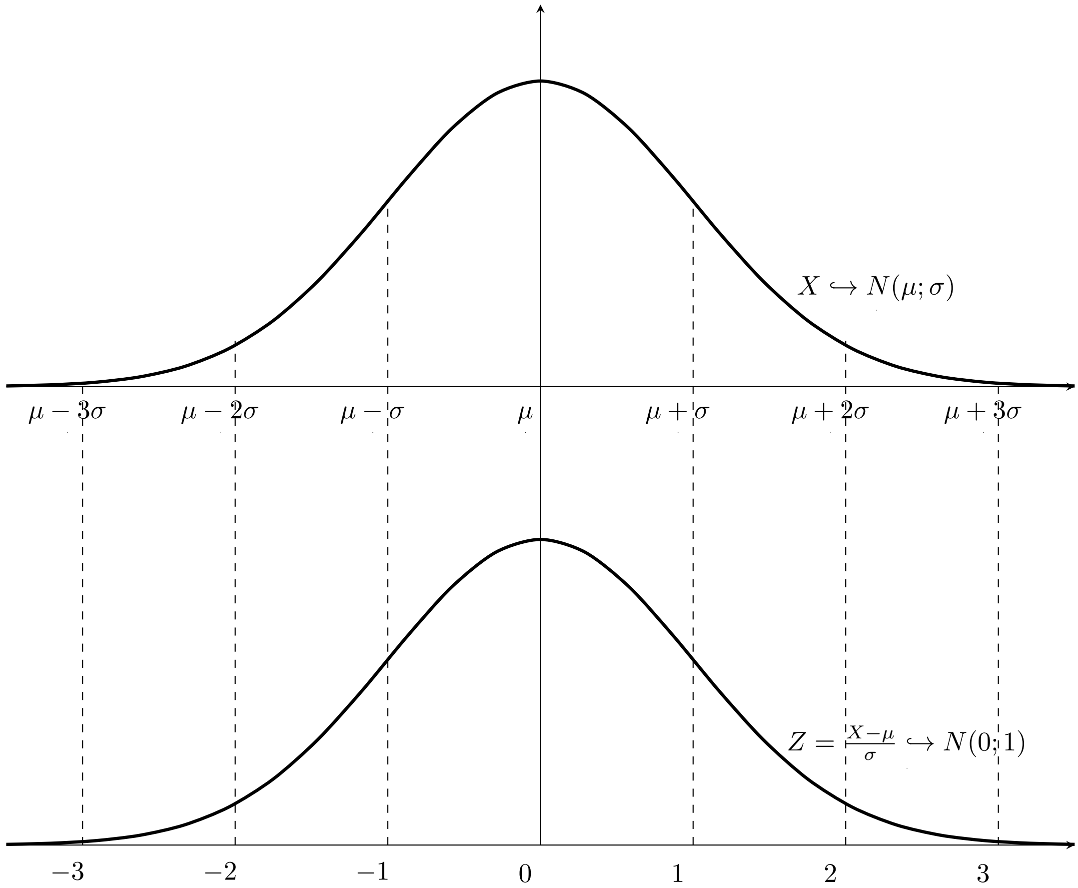
$$X \rightsquigarrow \mathcal{H}(N;N_1;n), \qquad \mathbb{P}[X=k] = \frac{\binom{N_1}{k}\binom{N-N_1}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

PROPRIÉTÉS DES LOIS USUELLES

LOI GAUSSIENNE (OU NORMALE) : $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu;\sigma)$

Moyenne : $m(X) = \mu$ **Variance** : $V(X) = \sigma^2$ **Écart-type** : $s(X) = \sigma$

Si $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu;\sigma)$, alors la variable $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit une loi $\mathcal{N}(0;1)$, appelée loi normale centrée réduite. Pour une loi normale quelconque $\mathcal{N}(\mu;\sigma)$, on doit se ramener à $\mathcal{N}(0;1)$ pour effectuer des calculs de probabilités.



LOI BINOMIALE : $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n;p)$

$$\mathbb{P}[X=k] = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Moyenne : $m(X) = np$

Variance : $V(X) = np(1-p)$

Écart-type : $s(X) = \sqrt{np(1-p)}$

LOI HYPERGÉOMÉTRIQUE : $X \rightsquigarrow \mathcal{H}(N;N_1;n)$. ON NOTE $p = \frac{N_1}{N}$.

$$\mathbb{P}[X=k] = \frac{\binom{N_1}{k}\binom{N-N_1}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Moyenne : $m(X) = np$

Variance : $V(X) = np(1-p)\dfrac{N-n}{N-1}$

Écart-type $s(X) = \sqrt{np(1-p)}\sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$

Approximation

Loi binomiale : $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n;p)$

Si $n \geqslant 30$, $np > 5$ et $n(1-p) > 5$, alors $\mathcal{B}(n;p) \approx \mathcal{N}\Big(np; \sqrt{np(1-p)}\Big)$

Remarque : Pour améliorer l'approximation, on peut faire une *correction de continuité.*

Exemple : Si $S \rightsquigarrow \mathcal{B}(n\,;\,p)$ et $X \rightsquigarrow \mathcal{N}\Big(np; \sqrt{np(1-p)}\Big)$,

on approxime $\mathbb{P}[8 \leqslant S \leqslant 12] \simeq \mathbb{P}[7.5 \leqslant X \leqslant 12.5]$.

Loi hypergéométrique : $X \rightsquigarrow \mathcal{H}(N;N_1;n)$

On note $p = \frac{N_1}{N}$.

- Si $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ est proche de 1, alors $\mathcal{H}(N;N_1;n) \approx \mathcal{B}(n;p)$.
- Si $n \geqslant 30$, $np > 5$ et $n(1-p) > 5$, alors $\mathcal{H}(N;N_1;n) \approx \mathcal{N}\Big(np; \sqrt{np(1-p)}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\Big)$

Échantillonnage et estimation

Cas d'une proportion

Dans une population $\mathcal{P}$ de N individus, on désigne par p la proportion des individus qui satisfont un caractère "C" donné. On prélève ensuite dans $\mathcal{P}$ un échantillon $\mathcal{E}$ de taille n.

Échantillonnage

On note P_n la proportion aléatoire associée à l'échantillon de taille n.

- Cas avec remise[1]. Si $n > 30$, $np > 5$ et $n(1-p) > 5$, on a $P_n \approx \mathcal{N}\Big(p; \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\Big)$.
- Cas sans remise[1]. Si $n > 30$, $np > 5$ et $n(1-p) > 5$, on a $P_n \approx \mathcal{N}\Big(p; \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\Big)$.

Estimation

Si p est inconnue.
On note p_e la proportion expérimentale dans l'échantillon $\mathcal{E}$. Si $n \geqslant 30$, $np_e \geqslant 5$ et $n(1-p_e) \geqslant 5$:

1. On se donne une confiance $c = 1 - \alpha$ avec α le risque d'erreur.
2. Dans la table de la loi normale, on cherche la valeur z_α telle que $F(z_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2} = \frac{c+1}{2}$.

confiance : c	0,9	0,95	0,96	0,98	0,99	0,995
risque d'erreur : α	0,1	0,05	0,04	0,02	0,01	0,005
z_α	1,645	1,96	2,054	2,326	2,576	2,807

3.
   - Si le tirage est avec remise[1] on calcule $a_\alpha = z_\alpha . \sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{n}}$
   - Si le tirage est sans remise[1] on calcule $a_\alpha = z_\alpha . \sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{n}} . \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
4. Avec la confiance $c = 1 - \alpha$, on peut affirmer que p se trouve dans l'intervalle :

$$I_\alpha(p) = [p_e - a_\alpha, p_e + a_\alpha]$$

Taille de l'échantillon

La taille minimale de l'échantillon pour avoir une précision h avec une confiance $c = 1 - \alpha$ est :

- si on a un échantillon de référence on utilise sa valeur p_e on prend $n > z_\alpha^2 \dfrac{p_e(1-p_e)}{h^2}$
- si on n'a pas d'échantillon de référence alors on a $n > z_\alpha^2 \dfrac{1}{4h^2}$.

1. Si $\frac{n}{N} < \frac{1}{10}$, on peut utiliser les formules "avec remise" même dans le cas "sans remise".

Cas d'une moyenne

Dans une population $\mathcal{P}$, on désigne par X une variable statistique de moyenne μ et d'écart-type σ. On prélève ensuite dans $\mathcal{P}$ un échantillon $\mathcal{E}$ de taille n.

Échantillonnage

Soit X une variable statistique de moyenne μ et d'écart type σ sur toute la population. On note M_n la moyenne aléatoire, V_n la variance aléatoire et $S_n = \sqrt{V_n}$ l'écart-type aléatoire pour des échantillons de taille n choisis au hasard dans la population.

- Si X suit une loi normale et σ connu (ce qui est rare) alors on utilise :

$$M_n \rightsquigarrow \mathcal{N}\Big(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Big)$$

- Si $n \leqslant 30$ et si X suit une loi normale et σ inconnu alors on utilise :

$$T_n = \frac{M_n - \mu}{S_n}\sqrt{n-1} \text{ qui suit une loi de Student à } n-1 \text{ degrés de liberté (d.d.l)}$$

- Si $n > 30$ et σ inconnu (ici, on n'a pas besoin de la normalité de X) alors on utilise :

$$M_n \rightsquigarrow \mathcal{N}\Big(\mu; \frac{s_e}{\sqrt{n-1}}\Big) = \mathcal{N}\Big(\mu; \frac{\hat{s}_e}{\sqrt{n}}\Big)$$

  où s_e et $\hat{s}_e$ sont respectivement l'écart-type et l'écart type corrigé de l'échantillon.

Estimation *(si μ et σ sont inconnus)*

On note m_e, s_e et $\hat{s}_e$ respectivement la moyenne, l'écart-type et l'écart type corrigé de l'échantillon.

- Cas $n \geqslant 30$.
  1. On se donne une confiance $c = 1 - \alpha$ avec α le risque d'erreur.
  2. Dans la table de la loi normale, on cherche la valeur z_α telle que $F(z_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2} = \frac{c+1}{2}$.

confiance : c	0,9	0,95	0,96	0,98	0,99	0,995
risque d'erreur : α	0,1	0,05	0,04	0,02	0,01	0,005
z_α	1,645	1,96	2,054	2,326	2,575	2,81

  3. Avec la confiance $c = 1 - \alpha$, on peut affirmer que μ se trouve dans l'intervalle :

$$I_\alpha(\mu) = [m_e - a_\alpha; m_e + a_\alpha] \qquad \text{où} \qquad a_\alpha = z_\alpha \frac{s_e}{\sqrt{n-1}} = z_\alpha \frac{\hat{s}_e}{\sqrt{n}}$$

- Cas $n < 30$. On doit avoir l'hypothèse "*X suit une loi normale.*"
  1. On se donne une confiance $c = 1 - \alpha$, où α est le risque d'erreur.
  2. Dans la table de la loi de Student, on cherche t_α telle que $\mathbb{P}[-t_\alpha \leqslant T_n \leqslant t_\alpha] = c$.
     Cela revient à lire sur la table de Student la valeur t_α avec $p = \frac{\alpha}{2}$ pour $n-1$ degrés de liberté (d.d.l).

confiance : c	0,9	0,95	0,96	0,98	0,99
risque d'erreur : α	0,1	0,05	0,04	0,02	0,01
lire sur la table pour $p =$	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005

  3. Avec la confiance $c = 1 - \alpha$, on peut affirmer que μ se trouve dans l'intervalle :

$$I_\alpha(\mu) = [m_e - a_\alpha; m_e + a_\alpha] \qquad \text{où} \qquad a_\alpha = t_\alpha \frac{s_e}{\sqrt{n-1}} = t_\alpha \frac{\hat{s}_e}{\sqrt{n}}$$

Taille de l'échantillon

La taille minimale de l'échantillon pour avoir une précision h avec une confiance $c = 1 - \alpha$ est :

$$n > z_\alpha^2 \frac{(s_e)^2}{h^2} + 1.$$

Cas d'une variance

Dans une population $\mathcal{P}$ de taille N, on désigne par X une variable statistique suivant une loi $\mathcal{N}(\mu;\sigma)$. On prélève ensuite dans $\mathcal{P}$ un échantillon $\mathcal{E}$ de taille n.

Échantillonnage

On note $V_n = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{r}(x_i - M_n)^2$ la variance aléatoire sur les échantillons de taille n choisis au hasard dans la population. On utilise la variable :

$$Y = \frac{nV_n}{\sigma^2} \qquad \text{qui suit une loi de } \chi^2 \text{ à } n-1 \text{ ddl.}$$

Estimation

Si σ est inconnue.

On note respectivement s_e et $\hat{s}_e$ l'écart type et l'écart type corrigé de l'échantillon.

1. On se donne une confiance $c = 1 - \alpha$ où α est le risque d'erreur.
2. On cherche dans la table de la loi du χ^2 à $n-1$ ddl les valeurs :

$$x_1 \quad \text{lu pour } q = \frac{\alpha}{2} = \frac{1-c}{2} \qquad\qquad x_2 \quad \text{lu pour } p = \frac{\alpha}{2} = \frac{1-c}{2}$$

   Ce qui revient à lire sur la table du χ^2 de la façon suivante :

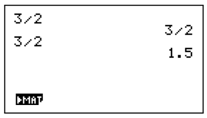
confiance : c	0,9	0,95	0,96	0,98	0,99
risque d'erreur : α	0,1	0,05	0,04	0,02	0,01
lire sur la table pour p ou $q =$	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005

3. Avec la confiance $c = 1 - \alpha$, on peut affirmer que σ se trouve dans l'intervalle :

$$I_\alpha(\sigma) = \left[s_e\sqrt{\frac{n}{x_2}}; s_e\sqrt{\frac{n}{x_1}}\right] = \left[\hat{s}_e\sqrt{\frac{n-1}{x_2}}; \hat{s}_e\sqrt{\frac{n-1}{x_1}}\right]$$

Rappels pour calculatrices Casio

Remarque préliminaire



Il est parfois nécessaire d'utiliser la touche F↔D pour obtenir un résultat décimal au lieu (par exemple) d'une fraction.

Coefficients binomiaux

(Exemple du calcul de $\binom{6}{2}$ et $\binom{6}{4}$ (qui sont égaux car $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$))

Pour $\binom{6}{2}$, taper 6 , puis entrer nCr, puis taper 2 .

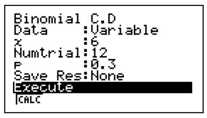
Pour accéder à nCr, taper OPTN , puis choisissez PROB (faire défiler[2] avec F6 avant de sélectionner avec F3), puis nCr (avec[2] F3).

Remarques :

- La fonction factorielle x! se trouve dans le même menu.
- Certaines calculettes renvoient en message d'erreur quand on demande $\binom{n}{k}$ pour $k < 0$ ou $k > n$.

Loi Binomiale

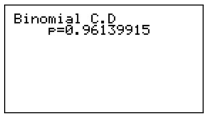
(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[X \leqslant 6]$ lorsque $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$)



Dans MENU , choisir[2] `STAT`, puis dans DIST, choisir BINM puis Bcd.

Dans le menu qui s'ouvre, entrer Var dans la ligne `Data`, puis renseigner les lignes suivantes :

- Comme on veut calculer $P[X \leqslant 6]$, on entre 6 EXE dans la ligne `x`.
- Pour $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$, on entre 12 dans la ligne `Numtrial` et 0.3 dans la ligne `p`.



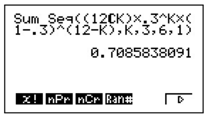
Entrer CALC (dans la ligne `Execute`) pour calculer et afficher la probabilité.

Loi Binomiale Sans utiliser la fonction Bcd de la calculette

(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6]$ lorsque $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$)

Si on cherche à calculer $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6]$ lorsque $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$, on note tout d'abord que $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6] = \mathbb{P}[X=3] + \mathbb{P}[X=4] + \cdots + \mathbb{P}[X=6]$

$$= \sum_{k=3}^{6} \mathbb{P}[X=k] = \sum_{k=3}^{6} \binom{12}{k} (0{,}3)^k (1-0{,}3)^{12-k}.$$

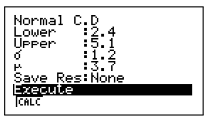


On utilise alors `Sum Seq`, qui permet de calculer une telle somme (capture d'écran ci-contre).

Les fonctions `Sum` et `Seq` s'obtiennent[2] avec OPTN , puis LIST, puis en faisant défiler jusqu'à Sum et Seq. La lettre `K` s'obtient[2] avec ALPHA puis , , et la virgule avec la touche , . Les derniers arguments "`K,3,6,1`", indiquent que les différents termes de la somme s'obtiennent en variant la valeur de k, en commençant par $k = 3$, en allant jusqu'à $k = 6$, et que pour obtenir le terme suivant on ajoute 1 à k.

Loi Normale

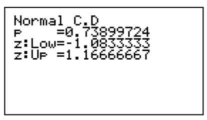
(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$ lorsque $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$)



Dans MENU , choisir[2] `STAT`, puis dans DIST, choisir NORM puis Ncd.

Dans le menu qui s'ouvre, entrer 2.4 dans la ligne `Lower` et 5.1 dans la ligne `Upper` (car on veut calculer $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$). Entrer enfin 1.2 dans la ligne σ et 3.7 dans la ligne μ (car on considère $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$).

Entrer CALC (dans la ligne `Execute`) pour calculer et afficher la probabilité.



Remarque (lecture inverse) : On peut aussi résoudre des problèmes comme « *trouver a tel que* $\mathbb{P}[X \leqslant a] = 0{,}95$ » en choisissant InvN au lieu de Ncd. Pour cet exemple, on choisirait `Left` dans la ligne `Tail`, et 0.95 dans la ligne `Area` (et les paramètres de la loi normale dans les lignes σ et μ).

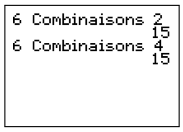
2. Selon le modèle, de légères différences dans les menus peuvent impacter les touches indiquées. Le cas échéant, se reporter au manuel de la calculatrice.

Rappels pour calculatrices TI

Coefficients binomiaux

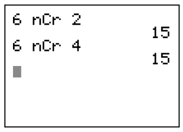
(Exemple du calcul de $\binom{6}{2}$ et $\binom{6}{4}$ (qui sont égaux car $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$))

Pour $\binom{6}{2}$, taper $\boxed{6}$, puis entrer `Combinaison`, puis taper $\boxed{2}$.
Pour accéder à `Combinaison`, taper $\boxed{\text{MATH}}$, puis allez dans la colonne `PRB` (en appuyant 3 fois[3] sur $\boxed{\triangleright}$), puis choisir `Combinaison` (en appuyant 2 fois[3] sur $\boxed{\triangledown}$ puis sur $\boxed{\text{ENTER}}$).



Remarques :

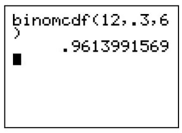
- La fonction factorielle « ! » se trouve dans le même menu.
- Certaines calculettes renvoient en message d'erreur quand on demande $\binom{n}{k}$ pour $k < 0$ ou $k > n$.
- Sur les TI anglophones (capture d'écran ci-dessous) la fonction `Combinaison` s'appelle `nCr`.



Loi Binomiale

(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[X \leqslant 6]$ lorsque $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$)

On utilise la fonction `binomFRep` (ou `binomcdf` sur les calculettes anglophones). On trouve cette fonction dans le menu `DISTR` accessible[3] par $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{VARS}}$. On entre ensuite les valeurs 12 et 0.3 (pour $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$), séparées par des virgules, puis 6 (pour calculer $\mathbb{P}[X \leqslant 6]$). On finit par $\boxed{)}$ $\boxed{\text{ENTER}}$. La valeur qui s'affiche alors est la probabilité $\mathbb{P}[X \leqslant 6]$.

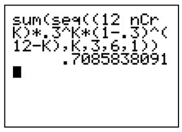


Loi Binomiale Sans utiliser la fonction `binomFRep` (ou `binomcdf`) de la calculette

(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6]$ lorsque $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$)

Si on cherche à calculer $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6]$ lorsque $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$, on note tout d'abord que $\mathbb{P}[3 \leqslant X \leqslant 6] = \mathbb{P}[X = 3] + \mathbb{P}[X = 4] + \cdots + \mathbb{P}[X = 6]$

$$= \sum_{k=3}^{6} \mathbb{P}[X = k] = \sum_{k=3}^{6} \binom{12}{k} (0{,}3)^k (1 - 0{,}3)^{12-k}.$$



On utilise alors `sum(seq(`, qui permet de calculer une telle somme (capture d'écran ci-contre).

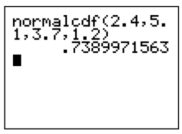
Les fonctions `sum` et `seq` se trouvent[3] dans le menu `LIST` accessible avec $\boxed{\text{2nd}}$, puis $\boxed{\text{STAT}}$. Une fois dans ce menu, `sum` se trouve dans la colonne `MATH` alors que `seq` se trouve dans la colonne `OPS`. La lettre `K` s'obtient[3] avec $\boxed{\text{ALPHA}}$ puis $\boxed{(}$, et la virgule avec la touche $\boxed{,}$. Les derniers arguments "`K,3,6,1`", indiquent que les différents termes de la somme s'obtiennent en variant la valeur de k, en commençant par $k = 3$, en allant jusqu'à $k = 6$, et que pour obtenir le terme suivant on ajoute 1 à k.

Remarque : Selon le modèle (et la langue) de la calculette, la fonction `sum` est susceptible de s'appeler `somme` et la fonction `seq` est susceptible de s'appeler `suite`.

Loi Normale

(Exemple du calcul de $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$ lorsque $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$)

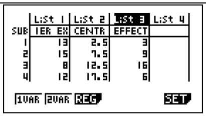
On utilise la fonction `normalFRep` (ou `normalcdf` sur les calculettes anglophones). On trouve cette fonction dans le menu `DISTR` accessible[3] par $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{VARS}}$. On entre ensuite les valeurs 2.4, 5.1, 3.7, et 1.2 (séparées par des virgules), pour indiquer qu'on calcule $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$ et que $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$. On finit par $\boxed{)}$ $\boxed{\text{ENTER}}$. La valeur qui s'affiche alors est la probabilité $\mathbb{P}[2{,}4 \leqslant X \leqslant 5{,}1]$.



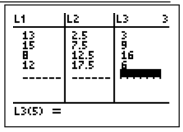
Remarque (lecture inverse) : On peut aussi résoudre des problèmes comme « *trouver a tel que* $\mathbb{P}[X \leqslant a] = 0{,}95$ » avec la fonction `invNorm` : par exemple si on pose cette question pour $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(3{,}7\,;\,1{,}2)$, il suffit d'exécuter `invNorm(0.95,3.7,1.2)`.

3. Selon le modèle, de légères différences dans les menus peuvent impacter les touches indiquées. Le cas échéant, se reporter au manuel de la calculatrice.

Editeur de listes



Les calculatrices disposent d'un éditeur de listes permettant d'entrer les données expérimentales afin de calculer des moyennes, écart-type, droites de régression, etc.



Casio

On accède à l'éditeur par `MENU` , en choisissant `STAT`. Si l'on souhaite supprimer des données antérieures, on peut utiliser `DEL-A` pour supprimer toute une colonne, ou `DEL` pour supprimer une seule case.

TI

On accède à l'éditeur en choisissant `Edit` dans le menu `STAT` . Si l'on souhaite supprimer des données antérieures, on peut utiliser `DEL` pour supprimer une seule case, ou `ClrList` (dans le menu `STAT`) suivi du nom (L_1, ou L_2 par exemple) de la colonne que l'on veut effacer. On peut entrer L_1 avec `2nd` `1` .

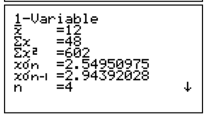
Statistiques univariées

Cas de données brutes (Petit échantillon)

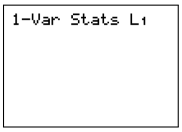
On considère l'exemple d'un groupe de 4 étudiants qui, à un contrôle, ont eu pour notes respectives 13, 15, 8 et 12. Pour calculer la moyenne, l'écart-type et les quartiles on commence par entrer ces notes dans une colonne de l'éditeur de liste (par exemple la première colonne).

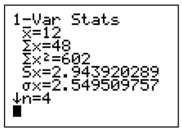
Casio : Depuis l'éditeur de listes, choisir `CALC` puis `SET`. Dans le menu qui apparaît, entrer "`List 1`" dans la ligne "`1Var XList`", si les données ont été entrées dans la 1ère colonne de l'éditeur. Pour cela, utiliser `F1` `1` `EXE` . Dans la ligne "`1Var Freq`", entrer `1`.

Revenir ensuite dans l'éditeur de liste (avec `EXIT`) et choisir `1VAR`. La moyenne s'affiche alors dans le ligne `x̄`, l'écart-type dans la ligne `xσn`, les quartiles et la médiane dans les lignes `Q1`, `Q3` et `Med` ...



TI : On exécute la commande `1-Var Stats` L_1, où L_1 indique qu'on a mis les données dans la première colonne de l'éditeur de liste. La fonction `1-Var Stats` se trouve dans la colonne `CALC` du menu `STAT` , et L_1 s'obtient avec `2nd` `1` .
La moyenne s'affiche alors dans le ligne `x̄`, l'écart-type dans la ligne σ`x`, les quartiles et la médiane dans les lignes `Q1`, `Q3` et `Med` ...





Effectifs par modalité (Grand échantillon ou données regroupées par classes)

On considère par exemple les données suivantes :

Note	[0 ;5[	[5 ;10[	[10 ;15[	[15 ;20[
Effectif	3	9	16	6

On entre les données dans l'éditeur de liste : on met les centre des classes dans une colonne (par exemple la deuxième colonne pour les captures d'écran du haut de la page), et les effectifs dans une autre colonne (par exemple la troisième colonne).
TI : On procède comme précédemment, mais on exécute `1-Var Stats` L_2, L_3 pour indiquer que les notes sont dans la deuxième colonne et les effectifs dans la troisième colonne.
Casio : On procède comme précédemment, sauf que dans le menu qui apparaît avec `SET`, on choisit `List 2` dans la ligne `1Var XList` et `List 3` dans la ligne `1Var Freq`, avant de choisir `1VAR` pour afficher les resultats.

Statistiques bivariées

Casio

On entre de même les données dans l'éditeur puis on choisit `SET`. On indique la colonne où l'on a entré les valeurs de X dans la ligne `2Var XList` et celle où l'on a entré les valeurs de Y dans la ligne `2Var YList`. En présence d'effectifs, on indique la colonne correspondante dans la ligne `2Var Freq` (dans la cas contraire on met `1` dans cette ligne).
La fonction `2Var` calcule les moyennes et écarts-type de X et Y, tandis qu'en choisissant `REG`, puis `x` on obtient la droite de régression $D_{Y|X}$, et le coefficient de corrélation linéaire.

TI

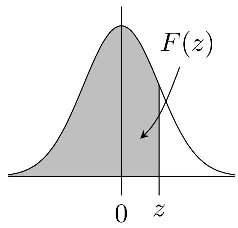
On entre de même les données dans l'éditeur puis on exécute 2-Var Stats suivi du nom de la colonne ou on a entré les valeurs de X, puis celle où on a entré les valeurs de Y et le cas échéant celle où on en entré les effectifs (séparées à chaque fois par des virgules). On obtient ainsi les moyennes, écarts-type, etc.
La fonction `LinReg(ax+b)` (suivie elle aussi du nom des colonnes) donne pour sa part la droite $D_{Y|X}$.

Table 1 : Loi Normale centrée réduite

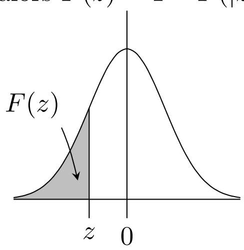
Fonction de répartition de la loi Normale centrée réduite

$F(z) = \mathbb{P}[Z \leqslant z]$ en fonction de z pour $Z \rightsquigarrow \mathcal{N}(0;1)$.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000



Remarque :
Si $z < 0$,
alors $F(z) = 1 - F(|z|)$.



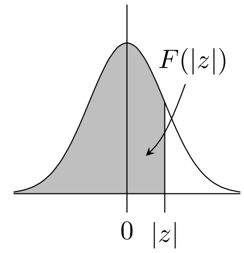


Table inverse de la loi Normale centrée réduite

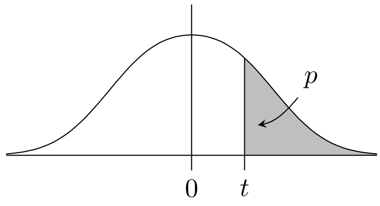
Valeurs de z en fonction de $F(z) = \mathbb{P}[Z \leqslant z]$, ou de la confiance (bilatérale) $c = 2\,F(z) - 1$.

$F(z)$	0,7	0,8	0,9	0,95	0,96	0,97	0,975	0,98	0,99	0,995	0,9975
confiance c	0,4	0,6	0,8	0,9	0,92	0,94	0,95	0,96	0,98	0,99	0.995
z	0,524	0,842	1,282	1,645	1,751	1,881	1,960	2,054	2,326	2,576	2,807

Table 2 : Loi de Student

Table inverse de la loi de Student

t en fonction de p tel que $p = \mathbb{P}[T \geqslant t]$
pour T suivant une loi de Student.



ddl \ p	0,2	0,15	0,1	0,05	0,04	0,03	0,025	0,02	0,015	0,01	0,005
1	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	7,9158	10,5789	12,7062	15,8945	21,2049	31,8205	63,6567
2	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	3,3198	3,8964	4,3027	4,8487	5,6428	6,9646	9,9248
3	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	2,6054	2,9505	3,1824	3,4819	3,8960	4,5407	5,8409
4	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,3329	2,6008	2,7764	2,9985	3,2976	3,7469	4,6041
5	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,1910	2,4216	2,5706	2,7565	3,0029	3,3649	4,0321
6	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,1043	2,3133	2,4469	2,6122	2,8289	3,1427	3,7074
7	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,0460	2,2409	2,3646	2,5168	2,7146	2,9980	3,4995
8	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,0042	2,1892	2,3060	2,4490	2,6338	2,8965	3,3554
9	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	1,9727	2,1504	2,2622	2,3984	2,5738	2,8214	3,2498
10	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	1,9481	2,1202	2,2281	2,3593	2,5275	2,7638	3,1693
11	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	1,9284	2,0961	2,2010	2,3281	2,4907	2,7181	3,1058
12	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	1,9123	2,0764	2,1788	2,3027	2,4607	2,6810	3,0545
13	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	1,8989	2,0600	2,1604	2,2816	2,4358	2,6503	3,0123
14	0,8681	1,0763	1,3450	1,7613	1,8875	2,0462	2,1448	2,2638	2,4149	2,6245	2,9768
15	0,8662	1,0735	1,3406	1,7531	1,8777	2,0343	2,1314	2,2485	2,3970	2,6025	2,9467
16	0,8647	1,0711	1,3368	1,7459	1,8693	2,0240	2,1199	2,2354	2,3815	2,5835	2,9208
17	0,8633	1,0690	1,3334	1,7396	1,8619	2,0150	2,1098	2,2238	2,3681	2,5669	2,8982
18	0,8620	1,0672	1,3304	1,7341	1,8553	2,0071	2,1009	2,2137	2,3562	2,5524	2,8784
19	0,8610	1,0655	1,3277	1,7291	1,8495	2,0000	2,0930	2,2047	2,3456	2,5395	2,8609
20	0,8600	1,0640	1,3253	1,7247	1,8443	1,9937	2,0860	2,1967	2,3362	2,5280	2,8453
21	0,8591	1,0627	1,3232	1,7207	1,8397	1,9880	2,0796	2,1894	2,3278	2,5176	2,8314
22	0,8583	1,0614	1,3212	1,7171	1,8354	1,9829	2,0739	2,1829	2,3202	2,5083	2,8188
23	0,8575	1,0603	1,3195	1,7139	1,8316	1,9782	2,0687	2,1770	2,3132	2,4999	2,8073
24	0,8569	1,0593	1,3178	1,7109	1,8281	1,9740	2,0639	2,1715	2,3069	2,4922	2,7969
25	0,8562	1,0584	1,3163	1,7081	1,8248	1,9701	2,0595	2,1666	2,3011	2,4851	2,7874
26	0,8557	1,0575	1,3150	1,7056	1,8219	1,9665	2,0555	2,1620	2,2958	2,4786	2,7787
27	0,8551	1,0567	1,3137	1,7033	1,8191	1,9632	2,0518	2,1578	2,2909	2,4727	2,7707
28	0,8546	1,0560	1,3125	1,7011	1,8166	1,9601	2,0484	2,1539	2,2864	2,4671	2,7633
29	0,8542	1,0553	1,3114	1,6991	1,8142	1,9573	2,0452	2,1503	2,2822	2,4620	2,7564
30	0,8538	1,0547	1,3104	1,6973	1,8120	1,9546	2,0423	2,1470	2,2783	2,4573	2,7500
31	0,8534	1,0541	1,3095	1,6955	1,8100	1,9522	2,0395	2,1438	2,2746	2,4528	2,7440
32	0,8530	1,0535	1,3086	1,6939	1,8081	1,9499	2,0369	2,1409	2,2712	2,4487	2,7385
33	0,8526	1,0530	1,3077	1,6924	1,8063	1,9477	2,0345	2,1382	2,2680	2,4448	2,7333
34	0,8523	1,0525	1,3070	1,6909	1,8046	1,9457	2,0322	2,1356	2,2650	2,4411	2,7284
35	0,8520	1,0520	1,3062	1,6896	1,8030	1,9438	2,0301	2,1332	2,2622	2,4377	2,7238
36	0,8517	1,0516	1,3055	1,6883	1,8015	1,9419	2,0281	2,1309	2,2595	2,4345	2,7195
37	0,8514	1,0512	1,3049	1,6871	1,8001	1,9402	2,0262	2,1287	2,2570	2,4314	2,7154
38	0,8512	1,0508	1,3042	1,6860	1,7988	1,9386	2,0244	2,1267	2,2546	2,4286	2,7116
39	0,8509	1,0504	1,3036	1,6849	1,7975	1,9371	2,0227	2,1247	2,2524	2,4258	2,7079
40	0,8507	1,0500	1,3031	1,6839	1,7963	1,9357	2,0211	2,1229	2,2503	2,4233	2,7045
41	0,8505	1,0497	1,3025	1,6829	1,7952	1,9343	2,0195	2,1212	2,2482	2,4208	2,7012
42	0,8503	1,0494	1,3020	1,6820	1,7941	1,9330	2,0181	2,1195	2,2463	2,4185	2,6981
43	0,8501	1,0491	1,3016	1,6811	1,7931	1,9317	2,0167	2,1179	2,2445	2,4163	2,6951
44	0,8499	1,0488	1,3011	1,6802	1,7921	1,9305	2,0154	2,1164	2,2427	2,4141	2,6923
45	0,8497	1,0485	1,3006	1,6794	1,7911	1,9294	2,0141	2,1150	2,2411	2,4121	2,6896
46	0,8495	1,0483	1,3002	1,6787	1,7902	1,9283	2,0129	2,1136	2,2395	2,4102	2,6870
47	0,8493	1,0480	1,2998	1,6779	1,7894	1,9273	2,0117	2,1123	2,2380	2,4083	2,6846
48	0,8492	1,0478	1,2994	1,6772	1,7885	1,9263	2,0106	2,1111	2,2365	2,4066	2,6822
49	0,8490	1,0475	1,2991	1,6766	1,7878	1,9253	2,0096	2,1099	2,2351	2,4049	2,6800
50	0,8489	1,0473	1,2987	1,6759	1,7870	1,9244	2,0086	2,1087	2,2338	2,4033	2,6778
51	0,8487	1,0471	1,2984	1,6753	1,7863	1,9236	2,0076	2,1076	2,2325	2,4017	2,6757
52	0,8486	1,0469	1,2980	1,6747	1,7856	1,9227	2,0066	2,1066	2,2313	2,4002	2,6737
53	0,8485	1,0467	1,2977	1,6741	1,7849	1,9219	2,0057	2,1055	2,2301	2,3988	2,6718
54	0,8483	1,0465	1,2974	1,6736	1,7843	1,9211	2,0049	2,1046	2,2289	2,3974	2,6700
55	0,8482	1,0463	1,2971	1,6730	1,7836	1,9204	2,0040	2,1036	2,2278	2,3961	2,6682
56	0,8481	1,0461	1,2969	1,6725	1,7830	1,9197	2,0032	2,1027	2,2268	2,3948	2,6665
57	0,8480	1,0459	1,2966	1,6720	1,7825	1,9190	2,0025	2,1018	2,2258	2,3936	2,6649
58	0,8479	1,0458	1,2963	1,6716	1,7819	1,9183	2,0017	2,1010	2,2248	2,3924	2,6633
59	0,8478	1,0456	1,2961	1,6711	1,7814	1,9177	2,0010	2,1002	2,2238	2,3912	2,6618
60	0,8477	1,0455	1,2958	1,6706	1,7808	1,9170	2,0003	2,0994	2,2229	2,3901	2,6603
61	0,8476	1,0453	1,2956	1,6702	1,7803	1,9164	1,9996	2,0986	2,2220	2,3890	2,6589
62	0,8475	1,0452	1,2954	1,6698	1,7799	1,9158	1,9990	2,0979	2,2212	2,3880	2,6575
63	0,8474	1,0450	1,2951	1,6694	1,7794	1,9153	1,9983	2,0971	2,2204	2,3870	2,6561
64	0,8473	1,0449	1,2949	1,6690	1,7789	1,9147	1,9977	2,0965	2,2195	2,3860	2,6549
65	0,8472	1,0448	1,2947	1,6686	1,7785	1,9142	1,9971	2,0958	2,2188	2,3851	2,6536
66	0,8471	1,0446	1,2945	1,6683	1,7781	1,9137	1,9966	2,0951	2,2180	2,3842	2,6524
67	0,8470	1,0445	1,2943	1,6679	1,7776	1,9132	1,9960	2,0945	2,2173	2,3833	2,6512
68	0,8469	1,0444	1,2941	1,6676	1,7772	1,9127	1,9955	2,0939	2,2166	2,3824	2,6501
69	0,8469	1,0443	1,2939	1,6672	1,7769	1,9122	1,9949	2,0933	2,2159	2,3816	2,6490
70	0,8468	1,0442	1,2938	1,6669	1,7765	1,9118	1,9944	2,0927	2,2152	2,3808	2,6479

Table 3 : Loi du χ^2

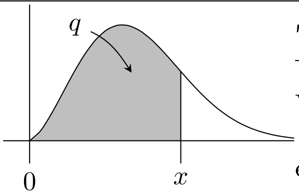
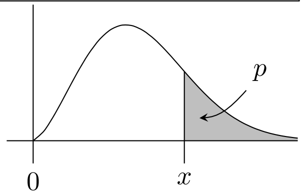


Table inverse de la loi du χ^2

Valeurs de x en fonction de q tel que $q = \mathbb{P}[\chi^2 \leqslant x]$
et de p tel que $p = \mathbb{P}[\chi^2 \geqslant x]$
en fonction du nombre de ddl du χ^2.



q	0,005	0,01	0,02	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995
ddl p	0,995	0,99	0,98	0,975	0,95	0,9	0,1	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	0,00004	0,0002	0,001	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	5,412	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,040	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	7,824	9,210	10,60
3	0,072	0,115	0,185	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	9,837	11,34	12,84
4	0,207	0,297	0,429	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,14	11,67	13,28	14,86
5	0,412	0,554	0,752	0,831	1,145	1,610	9,236	11,07	12,83	13,39	15,09	16,75
6	0,676	0,872	1,134	1,237	1,635	2,204	10,64	12,59	14,45	15,03	16,81	18,55
7	0,989	1,239	1,564	1,690	2,167	2,833	12,02	14,07	16,01	16,62	18,48	20,28
8	1,344	1,646	2,032	2,180	2,733	3,490	13,36	15,51	17,53	18,17	20,09	21,95
9	1,735	2,088	2,532	2,700	3,325	4,168	14,68	16,92	19,02	19,68	21,67	23,59
10	2,156	2,558	3,059	3,247	3,940	4,865	15,99	18,31	20,48	21,16	23,21	25,19
11	2,603	3,053	3,609	3,816	4,575	5,578	17,28	19,68	21,92	22,62	24,72	26,76
12	3,074	3,571	4,178	4,404	5,226	6,304	18,55	21,03	23,34	24,05	26,22	28,30
13	3,565	4,107	4,765	5,009	5,892	7,042	19,81	22,36	24,74	25,47	27,69	29,82
14	4,075	4,660	5,368	5,629	6,571	7,790	21,06	23,68	26,12	26,87	29,14	31,32
15	4,601	5,229	5,985	6,262	7,261	8,547	22,31	25,00	27,49	28,26	30,58	32,80
16	5,142	5,812	6,614	6,908	7,962	9,312	23,54	26,30	28,85	29,63	32,00	34,27
17	5,697	6,408	7,255	7,564	8,672	10,09	24,77	27,59	30,19	31,00	33,41	35,72
18	6,265	7,015	7,906	8,231	9,390	10,86	25,99	28,87	31,53	32,35	34,81	37,16
19	6,844	7,633	8,567	8,907	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	33,69	36,19	38,58
20	7,434	8,260	9,237	9,591	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	35,02	37,57	40,00
21	8,034	8,897	9,915	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	36,34	38,93	41,40
22	8,643	9,542	10,60	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	37,66	40,29	42,80
23	9,260	10,20	11,29	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	38,97	41,64	44,18
24	9,886	10,86	11,99	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	40,27	42,98	45,56
25	10,52	11,52	12,70	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	41,57	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,41	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	42,86	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,13	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	44,14	46,96	49,64
28	12,46	13,56	14,85	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	45,42	48,28	50,99
29	13,12	14,26	15,57	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	46,69	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,31	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	47,96	50,89	53,67
31	14,46	15,66	17,04	17,54	19,28	21,43	41,42	44,99	48,23	49,23	52,19	55,00
32	15,13	16,36	17,78	18,29	20,07	22,27	42,58	46,19	49,48	50,49	53,49	56,33
33	15,82	17,07	18,53	19,05	20,87	23,11	43,75	47,40	50,73	51,74	54,78	57,65
34	16,50	17,79	19,28	19,81	21,66	23,95	44,90	48,60	51,97	53,00	56,06	58,96
35	17,19	18,51	20,03	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	54,24	57,34	60,27
36	17,89	19,23	20,78	21,34	23,27	25,64	47,21	51,00	54,44	55,49	58,62	61,58
37	18,59	19,96	21,54	22,11	24,07	26,49	48,36	52,19	55,67	56,73	59,89	62,88
38	19,29	20,69	22,30	22,88	24,88	27,34	49,51	53,38	56,90	57,97	61,16	64,18
39	20,00	21,43	23,07	23,65	25,70	28,20	50,66	54,57	58,12	59,20	62,43	65,48
40	20,71	22,16	23,84	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	60,44	63,69	66,77
45	24,31	25,90	27,72	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	66,56	69,96	73,17
50	27,99	29,71	31,66	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	72,61	76,15	79,49
60	35,53	37,48	39,70	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	84,58	88,38	91,95
70	43,28	45,44	47,89	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	96,39	100,4	104,2
80	51,17	53,54	56,21	57,15	60,39	64,28	96,58	101,9	106,6	108,1	112,3	116,3
90	59,20	61,75	64,63	65,65	69,13	73,29	107,6	113,1	118,1	119,6	124,1	128,3
100	67,33	70,06	73,14	74,22	77,93	82,36	118,5	124,3	129,6	131,1	135,8	140,2
110	75,55	78,46	81,72	82,87	86,79	91,47	129,4	135,5	140,9	142,6	147,4	151,9
120	83,85	86,92	90,37	91,57	95,70	100,6	140,2	146,6	152,2	153,9	159,0	163,6
130	92,22	95,45	99,07	100,3	104,7	109,8	151,0	157,6	163,5	165,2	170,4	175,3
140	100,7	104,0	107,8	109,1	113,7	119,0	161,8	168,6	174,6	176,5	181,8	186,8
150	109,1	112,7	116,6	118,0	122,7	128,3	172,6	179,6	185,8	187,7	193,2	198,4