

Courbes paramétrées

(T. G. 8)

1. Tracer les trajectoires des courbes paramétrées suivantes :

$$\begin{aligned} \text{(a) } \gamma : & \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{R}^2 \\ t & \longmapsto & \begin{cases} x(t) := \sin t \\ y(t) := \sin 2t \end{cases} \end{cases} ; \\ \text{(b) } \alpha : & \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{C} \\ t & \longmapsto & \begin{cases} X(t) := \cos^3 t \\ Y(t) := \sin^3 t \end{cases} \end{cases} ; \\ \text{(c) } c : & \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{R}^2 \\ r & \longmapsto & \begin{cases} \lambda(r) := \frac{3r}{1+r^2} \\ \mu(r) := \frac{1-r^2}{1+r^2} \end{cases} \end{cases} ; \\ \text{(d) } \varphi : & \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{C} \\ p & \longmapsto & \begin{cases} f(p) := 2 \cos p + 2 \sin p \\ g(p) := 3 \cos(2p) - 3 \sin(2p) \end{cases} \end{cases} ; \\ \text{(e) } o : & \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{R}^2 \\ T & \longmapsto & \begin{cases} a(T) := T^3 - 3T \\ b(T) := T^4 - 2T^2 \end{cases} \end{cases} ; \\ \text{(f) } h : & \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{C} \\ \chi & \longmapsto & \left(\frac{1}{\cos \chi} + \frac{1}{\sin \chi} \right) e^{i\chi} \end{cases} ; \\ \text{(g) } f : & \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{R}^2 \\ \delta & \longmapsto & \begin{cases} u(\delta) := \frac{3\delta}{1+\delta^3} \\ v(\delta) := \frac{3\delta^2}{1+\delta^3} \end{cases} \end{cases} . \end{aligned}$$