

Équations différentielles

(T. G. 5')

2. Résoudre les équations différentielles suivantes en l'inconnue f :

(a) $\forall x > 0, f'(x) + \frac{2f(x)}{x} = 2$;

(b) $\forall x > 1, (x^2 - 1) f'(x) + 2x f(x) = 1$;

(c) $f' + f \tan = \sin(2 \cdot)$ sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ avec $f(0) = 1$;

(d) $f' \tan - f = 0$ sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ avec $f(\frac{\pi}{6}) = 1$;

(e) $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) - 2f(x) = x^2$ et $f(0) = 1$;

(f) $f'' - 5f' + 6f = 0$;

(g) $f'' + 4f = 10 \exp$;

(h) $f'' + f' + f = (c \mapsto c^3)$ avec $f(0) = 1$ et $f(\frac{\pi}{\sqrt{3}}) = e^{1 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}}} + \frac{\pi^3}{3\sqrt{3}} - \pi^2 + 6$;

(i) $f'' - 2f' + f = (t \mapsto \frac{2e^t}{(1+t)^3})$ (penser à $\frac{e^t}{1+t}$).