

# LES MATHÉMATIQUES AU COLLÈGE ET AU LYCÉE : PRINCIPES ET IDÉES POUR L'ÉLABORATION DE POSSIBLES PROGRAMMES

par Laurent LAFFORGUE<sup>1</sup>

## I. Remarques préliminaires

1) Les mathématiques ne sont pas la discipline la plus importante. La discipline la plus importante est l'apprentissage de la langue, c'est-à-dire, dans notre pays, du français.

2) Les mathématiques consistent en grande partie en une forme particulière d'usage du langage. Elles sont donc complètement tributaires de la discipline d'apprentissage et de maîtrise de la langue. La particularité linguistique qui définit les mathématiques est que les mots n'y désignent pas les choses, comme dans le langage courant et même dans les sciences de la nature, mais les contiennent. Est mathématique un objet de pensée qu'il est possible non seulement d'évoquer ou de désigner mais de cerner totalement par les mots. Est mathématique une narration dont toutes les étapes peuvent être totalement explicitées par les mots.

Les mathématiques supposent donc une très bonne maîtrise de la langue, aussi bien du vocabulaire – qu'il faut s'habituer à connaître et utiliser avec précision – que de la grammaire.

3) La connaissance et la maîtrise de la grammaire sont particulièrement importantes, car les mathématiques consistent en un usage réfléchi, donc distancé, du langage. Cet usage réfléchi se distingue de l'usage spontané du langage qui est le nôtre dans les conversations. Le rapport réfléchi au langage s'appelle la grammaire.

La forme de langage la plus éloignée de l'usage courant à laquelle recourent les mathématiques est le langage symbolique.

Il fait partie de l'apprentissage des mathématiques de s'habituer progressivement à désigner divers objets par des lettres, à raisonner sur ces lettres et à calculer sur des lettres quand elles désignent des nombres génériques, non spécifiés.

À partir du moment où l'on comprend qu'il y a une infinité de nombres entiers s'ouvre la possibilité de considérer des lettres indexées par un entier  $n$  générique et qui désignent donc des nombres ou plus généralement des objets en quantité infinie. Ainsi, le langage symbolique ouvre la possibilité de raisonner ou de calculer sur des objets en quantité infinie.

Cette possibilité suppose une relation au langage qui soit raisonnée, réfléchie et distancée.

4) Une telle relation au langage raisonnée, réfléchie et distancée est impossible sans un long apprentissage de la grammaire.

Elle est très facilitée par l'apprentissage d'au moins une langue classique telle que le latin ou le grec. On a pu penser que si l'écriture symbolique s'est développée en Europe à partir du XVI<sup>e</sup> ou du XVII<sup>e</sup> siècle d'une façon qu'elle n'avait connue nulle part ailleurs auparavant – même pas en Grèce –, c'est justement grâce à l'éducation au latin et par le latin qui était dispensée : du fait que le latin était une langue morte, le rapport au latin de ceux qui l'apprenaient était un rapport abstrait.

---

<sup>1</sup> Membre de l'Institut, Médaille FIELDS de Mathématiques, Professeur à l'Institut des Hautes Études Scientifiques (IHÉS).

5) L'usage de l'écriture symbolique en mathématiques ne doit cependant pas dissimuler le fait qu'un texte mathématique reste composé de phrases.

Même un calcul symbolique doit être présenté par une ou plusieurs phrases qui précisent le sens de tous les symboles employés et qui décrit ce que l'on fait. Tout texte mathématique, quelle que soit sa longueur, est une rédaction et doit être évalué comme une rédaction.

Le type d'exercice ou de problème mathématique qui doit être proposé aux élèves à tous les niveaux, quel que soit le degré de simplicité ou de progressive sophistication des mathématiques étudiées, est le suivant : la présentation des éléments du problème est suivie d'une seule question qu'il s'agit de résoudre en plusieurs étapes à trouver et à rédiger soi-même. Comme il y a plusieurs étapes, la rédaction est un récit qu'il s'agit de rédiger de la manière la plus claire possible. C'est comme une lettre que l'on écrit à quelqu'un pour lui raconter un événement ou une histoire dont il n'a pas été témoin. Pour que cette personne comprenne le récit, il faut n'oublier aucun élément nécessaire et raconter les choses avec ordre.

Il est bon de dire et répéter aux élèves qu'ils doivent rédiger dans l'idée de se faire comprendre non pas par le professeur qui connaît ce dont ils parlent, mais par une personne qui n'en connaîtrait rien et à qui il serait nécessaire de tout expliquer de la manière la plus claire et la plus ordonnée possible de façon à être compris. Ils doivent en particulier se demander constamment s'ils comprendraient ce qu'ils écrivent si cela leur était envoyé par un autre élève sans qu'eux-mêmes aient connaissance de ce dont il s'agit.

Une rédaction mathématique doit être gouvernée par le souci de la clarté, donc, en particulier, par celui de ne pas laisser d'ambiguïté. On a dit plus haut qu'est mathématique ce qu'il est possible de saisir ou d'explicitement entièrement par les mots. Cela implique que les objets mathématiques sont abstraits. Comme ils sont abstraits, ils se prêtent aux ambiguïtés et échappent à la compréhension si les mots employés ne les saisissent pas avec suffisamment de précision, c'est-à-dire, concrètement, si la rédaction ne dit pas tout ce qui est nécessaire pour les saisir, eux et leurs relations mutuelles qui forment le tissu des raisonnements. Une rédaction mathématique claire est donc nécessairement rigoureuse : elle n'oublie rien de ce qu'il faut dire pour qu'une définition ou un raisonnement soient complets.

Quand un raisonnement rédigé est complet au sens qu'il ne laisse plus rien passer au travers de ses mailles, il s'appelle une démonstration. L'apprentissage de l'art des démonstrations rédigées, en commençant par les plus élémentaires et en allant très progressivement vers plus de complexité, est une part essentielle de l'apprentissage des mathématiques.

---

**Source** : ce qui précède est un extrait des pages 3 à 6 (sur 15) de l'intervention *[L'enseignement des mathématiques](#)* dans le cadre du séminaire *Quel enseignement secondaire pour le XXI<sup>e</sup> siècle ?* organisé en 2015-16 par l'École Professorale de Paris (Fondation Lettres & Sciences) et dont les fruits donnèrent lieu à l'ouvrage *[Quel lycée au XXI<sup>e</sup> siècle ?](#)* (éd. DE BOECK Supérieur, 2017, 238 p.). [Ces extraits choisis](#) contiennent intégralement notre sélection.