

Français

devoirs pour jeudi 5 octobre

Tracer un cercle, y inscrire un carré et lui circonscrire un (autre) carré. Quelles sont les proportions relatives des trois figures ?

Tout d'abord, convenons que les grandeurs mesurées seront les AIREs des trois figures.
Ensuite, le cercle et les deux carrés ont même centre, que nous appellerons C .

Notons r le rayon du disque : ce dernier a alors pour aire πr^2 .

Le grand carré étant tangent au cercle, la distance entre le centre C et chaque point de tangence vaut le rayon r . Or un tel point est le milieu d'un côté du grand carré, donc ce dernier a pour côté $2r$, *a fortiori* pour aire $(2r)^2 = 4r^2$.

Soient S et T deux sommets consécutifs du petit carré. Puisque ce dernier est inscrit dans le cercle, les distances CS et CT valent chacune le rayon r . Or la somme de leur carré vaut ST^2 (d'après Pythagore dans le triangle rectangle CST), c'est l'aire du petit carré : cette dernière vaut donc $r^2 + r^2 = 2r^2$.

Conclusion : le petit carré, le cercle et le grand carré ont des aires suivant les proportions $2 : \pi : 4$

English

homework for Thursday 5 October

Draw a circle, inscribe in it a square and circumscribe around it another square. Find the relative proportions of the three figures.

Firstly, let's agree the measured magnitudes will be the AREAS of the three figures.
Next, the circle and both squares have the same center, which we will call C .

Write r for the circle radius : the disk area is then πr^2 .

Since the big square is tangent to the circle, the distance between center C and any of the tangency points equals radius r ; but such a point is the middle of a side of the big square, so the latter has side $2r$ and area $(2r)^2 = 4r^2$.

Let V and W be two adjacent vertices of the small square. Since the latter is inscribed into the circle, both distances CV and CW equal radius r . Now the sum of their squares is VW^2 (by Pythagoras' theorem applied to triangle CVW), *i. e.* the small square area : this area therefore equals $r^2 + r^2 = 2r^2$.

Conclusion : the small square, the circle and the big circle have their areas following proportions $2 : \pi : 4$.