

La pièce ennuyeuse sera notée  $\perp$  (imaginer un "J" qui a fait un demi-tour autour de son centre).  
Les lettres latines majuscules dénoteront des pièces-propositions (pas forcément creuses) :  $A, B, C \dots$

**Pourquoi les contradictions sont ennuyeuses (et quelques lemmes).**

1. Établir la jouabilité de la pièce-implication  $\perp \implies A$ . Votre preuve ressort-elle de la sphère primitive ? idéale ? formelle ?
2. Interpréter la jouabilité établie.
3. Les mathématiciens n'aiment généralement pas les contradictions : proposez une explication à la lumière des questions précédentes.
4. Montrer que, si l'on peut déduire de la jouabilité de la pièce  $P$  celle de la pièce  $Q$ , alors la pièce-implication  $P \implies Q$  est jouable. Que dire de la réciproque (de cet énoncé) ?
5. Établir, lorsque  $E$  est jouable, l'équivalence ludique de  $E \implies F$  et  $F$ . En déduire la jouabilité de la pièce

$$\left\{ \begin{array}{l} P \implies U \\ P \implies V \end{array} \right. \implies (P \implies U \wedge V).$$