

Devoir maison

(matrices)
pour jeudi 14 mai 17h

Vers une équation à partir de générateurs. Notons a, b, c, d les vecteurs de $\mathbf{R}^4$ respectifs suivants :

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Appelons V le sous-espace vectoriel engendré par ces quatre vecteurs. Trouver alors :

1. la dimension de V ;
2. une équation de V sous la forme d'une conjonction d'égalités ;
3. une base de V .

Sur les inverses. Soit $c \in \mathbf{C}$. Donner les inverses des matrices suivantes

$$\begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 2 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & c \\ c & 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 \end{pmatrix}.$$

Du passage. On appelle successivement :

1. L l'application $\begin{cases} \mathbf{R}^2 & \longrightarrow & \mathbf{R}^2 \\ \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} a+3b \\ 2b-5a \end{pmatrix} \end{cases}$;
2. $\mathcal{B}$ la base canonique de $\mathbf{R}^2$;
3. $\mathcal{C}$ la famille $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$;
4. v le vecteur $\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Déterminer :

1. la matrice de L dans la base $\mathcal{B}$;
2. la matrice de $L(v)$ dans la base $\mathcal{B}$;
3. la matrice de passage de $\mathcal{B}$ à $\mathcal{C}$;
4. la matrice de v dans la base $\mathcal{C}$;
5. la matrice de $L(v)$ dans la base $\mathcal{C}$;
6. la matrice de L dans la base $\mathcal{C}$.