Analyse de fréquence d'activation

Quentin VERMANDE

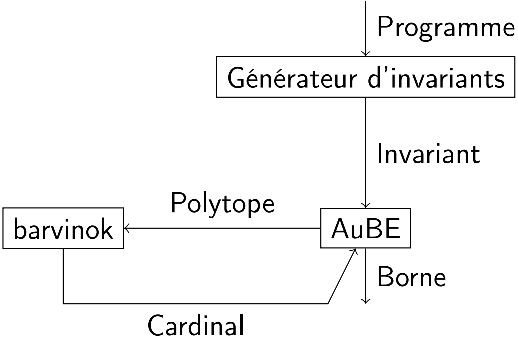
11 sept 2019


Programme
Analyseur
Borne

```
x = 0;
for(i = 0; i < N; ++i)
        x += t[i];
```

```
a = 0;
for(i = 0; i < N; ++i)
        if(i%4 == 0)
                ++a;
```

$$a = \mathbb{1}_{\mathbb{N}^*}(N)\left\lfloor\frac{N+1}{4}\right\rfloor$$


Programme
Générateur d'invariants
Invariant
Polytope
barvinok
AuBE
Borne
Cardinal

```
a = 0;
for(i = 0; i < N; ++i)
        if(i%4 == 0)
                ++a;
```

$$0 \leq n \wedge i = n \wedge i < N \wedge i\%4 = 0$$

$$P(x_1, ..., x_p) = \{(y_1, ..., y_d) \in \mathbb{Q}^d, A \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_d \end{pmatrix} \leq B \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix} + C\}$$

$x_1, ..., x_p$: paramètres

$y_1, ..., y_d$: coordonnées

Langage :

- $\mathbb{Q}$
- $\{+, *, /, \%, \hat{}, \log, \mathit{floor}, \binom{\cdot}{\cdot}, \ldots\}$
- $\{=, \leq, <\}$

Variables :

- variables libres
- variables quantifiées existentiellement
- paramètres

$$0 \leq n \wedge i = n \wedge i < N \wedge i\%4 = 0$$

- associativité
- factorisation
- simplification des constantes
- regroupement des fonctions
- regroupement des termes en les paramètres

$$s\%t \text{ (modulo informatique)}$$

$$s = qt + r \text{ (pseudo-division euclidienne : sgn(s) = sgn(r))}$$

$$s\%t = r = s - qt$$

$$\begin{array}{lll} \varphi \Leftrightarrow \varphi' \wedge & (& 0 \leq s \wedge 0 < t \wedge 0 \leq s - q * t \wedge s - q * t < t \\ & \vee & 0 \leq s \wedge t < 0 \wedge 0 \leq s - q * t \wedge s - q * t < -t \\ & \vee & s < 0 \wedge 0 < t \wedge -t < s - q * t \wedge s - q * t \leq 0 \\ & \vee & s < 0 \wedge t < 0 \wedge t < s - q * t \wedge s - q * t \leq 0) \end{array}$$

$$\lfloor \frac{s}{t} \rfloor$$

$$s = qt + r \text{ (division euclidienne)}$$

$$\lfloor \frac{s}{t} \rfloor = q$$

$$\varphi \Leftrightarrow \varphi' \wedge 0 \leq s - q * t \wedge ((0 < t \wedge s - q * t < t) \vee (t < 0 \wedge s - q * t < -t))$$

$$s \; R \; tu$$

$$s \; R \; tu \Leftrightarrow (t < 0 \wedge u \; R \; \frac{s}{t}) \vee (t = 0 \wedge s \; R \; 0) \vee (0 < t \wedge \frac{s}{t} \; R \; u)$$

$$v = (s+t)^2$$

$$w = (s-t)^2$$

$$st = v + w$$

$$\varphi \Leftrightarrow \varphi' \wedge v = (s+t)^2 \wedge w = (s-t)^2$$

$$s = f(t)$$

$$s = f(t) \Leftrightarrow t = f^{-1}(s)$$

$$s\ R\ f(t)\ (R \in \{\leq, <\})$$

$$s \leq f(t) \Leftrightarrow f^{-1}(\inf(\{x \in f(\mathbb{R}), s \leq x\})) \leq t$$
$$s < f(t) \Leftrightarrow f^{-1}(\sup(\{x \in f(\mathbb{R}), x \leq s\})) < t$$

$$0 \; R \; av^2 + bv + c \; (R \in \{=, \leq, <\})$$

$$\begin{aligned} av^2 + bv + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad & (a = 0 \wedge bv + c = 0) \\ \vee \quad & (4ac \leq b^2 \wedge (v = \tfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\ \vee \quad & v = -\tfrac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a})) \end{aligned}$$

Et, pour $R \in \{\leq, <\}$:

$$\begin{aligned} 0 \quad R \quad & av^2 + bv + c \Leftrightarrow (a = 0 \wedge 0 \; R \; bv + c) \\ & \vee(0 < a \wedge (b^2 \; R \; 4ac \vee v \; R \; -\tfrac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \vee \tfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \; R \; v)) \\ & \vee(a < 0 \wedge 4ac \; R \; b^2 \wedge -\tfrac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \; R \; v \wedge v \; R \; \tfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}) \end{aligned}$$

- Lier AuBE à un générateur d'invariants et tester automatiquement
- Améliorer les résultats, en particulier éviter les pertes d'information
- Traiter efficacement les exponentiations et les coefficients binomiaux

Merci de votre attention !