1 27/09 Introduction

2 04/10 Sommes de fonctions arithmétiques

Orateur : Elric Angot

Il s'agit d'apprendre à estimer des sommes partielles de fonctions arithmétiques. Suivre le chapitre 2 de [1]. Dans l'exercice 2.1; on ne traitera que (2.8). On introduira et utilisera le notations de Landau $\ll$ et $\asymp$.

Mentionner aussi les caractères de Dirichlet (cf. $3.1, 3.2$ de [2]) et leurs sommes partielles.

3 11/10 (14h50) Sommes sur les nombres premiers

Orateur : Simon Cabuche

Présenter la section 3.1 de [1]. Que prédit l'heurististique de la section 3.1 pour la fonction comptage des nombres premiers $\equiv a \bmod q$, où a et q premiers entre eux ? Retrouver cette prédiction à l'aide des caractères de Dirichlet. Détailler les exemples $(3.9), (3.10), (3.11)$ de la section 3.1.

Présenter la section 3.2 et démontrer (3.19).

4 18/10 Généralités sur les cribles (I)

Orateur : Antoine Commaret

Suivre les sections $5.1, 5.2, 5.3, 5.4$ de [1]. Donner des exemples.

5 25/10 Généralités sur les cribles (II)

Orateur : Gabriel Saadia

Suivre les sections $5.5, 5.7, 5.8$ de [1].

6 08/11 Le crible de Brun (I)

Orateur : Grégoire Szymanski

Suivre les sections $6.1, 6.2, 6.3$ de [1].

7 15/11 Le crible de Brun (II)

Orateur : Maxime Ligonnière

Rappeler brièvement ce qui avait été fait au cours de la séance précédente. Puis suivre les sections $6.4, 6.5, 6.9$ de [1].

8 22/11 Le grand crible analytique

Orateur : Basile Morando

Suivre la section 7.3, 7.4 de [2] jusqu'à la démonstration de (7.22). Une autre démonstration de l'inégalité du grand crible est donnée dans la section 9.1 de [1]. La présenter. Présenter la section 9.2 de [1] et énoncer le théorème 9.10.

9 29/11 Le grand crible arithmétique

Orateur : Éloi Massoulié

Suivre les sections 9.3, 9.4, 9.7 de [1]. Donner des exemples.

10 06/12 Crible majorant de Selberg

Orateur : William Fleurat

Présenter la section 7.1 du chapitre 7 de [1]. Énoncer et démontrer le théorème 7.14. Présenter les applications de la section 7.12.

11 13/12 Interlude : le théorème de Bombieri-Vinogradov

Orateur : Séverin Benzoni

On se réfère ici au chapitre 17 de [2]. Présenter la section 17.1 jusqu'au théorème 17.1 inclus.

Introduire la notation 17.11 et la décomposition 17.17.

Démontrer 17.18.

Énoncer et démontrer 17.15 (noter l'emploi de l'inégalité du grand crible), puis terminer la démonstration du théorème 17.1 (fin de la section 17.3).

12 20/12 Petits écarts entre nombres premiers (I)

Orateur : Linus Rosler

Présenter les deux premières sections de [3]. Énoncer ensuite la proposition 4.1 de [3] et présenter son application 4.2.

Énoncer sans démonstration 5.1 de [3].

Énoncer et démontrer le lemme 6.2 de [3].

13 ?/12 Petits écarts entre nombres premiers (II)

Orateur : Colin Davalo

Rappeler les définitions de S_1, S_2 et rappeler l'énoncé du lemme 5.1 de [3].

Énoncer et démontrer le lemme 5.2 de [3].

Énoncer sans démonstration 6.3 de [3].

Se convaincre de l'existence d'un choix de fonction polynomiale F qui permet d'obtenir $\liminf(p_{n+1} - p_n) < +\infty$ (cf. $7.17 - 19$ dans [3]).

References

[1] J. Friedlander, H. Iwaniec. "Opera de Cribro", AMS (2010).

[2] H. Iwaniec, E. Kowalski. "Analytic Number Theory", AMS (2004).

[3] J. Maynard. "Small Gaps between primes", 2013, https://arxiv.org/abs/1311.4600.

[4] G. Tenenbaum, "Introduction à la théorie analytique et probabiliste des nombres", Cours Spécialisés SMF, 1995.