

Étude de trajectoires locomotrices humaines

Phạm Quang Cường

3 septembre 2006

Stage réalisé du 1er mars 2006 au 31 août 2006
sous la direction de Dr. H. Hicheur et de Prof. A. Berthoz
au Laboratoire de la Physiologie de la Perception et de l'Action, Collège de
France
en collaboration avec G. Arechavaleta et J.-P. Laumond (LAAS, Toulouse)

Table des matières

1	Contexte scientifique	4
1.1	L’algorithmique du mouvement en robotique	4
1.1.1	Le problème du déménageur de piano	4
1.1.2	Trajectoires optimales	5
1.2	La planification et le contrôle du mouvement biologique	7
1.2.1	Redondance et invariants moteurs	7
1.2.2	Contrôle moteur optimal	10
1.3	Études antérieures sur les trajectoires locomotrices	12
2	Étude de trajectoires locomotrices humaines	14
2.1	Protocole expérimental	14
2.2	Caractère stéréotypé des trajectoires observées	17
2.3	Modèles de « dérivées au carré minimales » (DCM)	21
2.4	Modification du modèle de secousse minimale	23
2.5	Prise en compte des obstacles	26
3	Discussion, pistes de recherche	30
3.1	Points forts et limites du protocole expérimental	30
3.2	Points forts et limites des modèles proposés	32
3.3	Mouvement des effecteurs simples et mouvement locomoteur	34
A	Résolution exacte des problèmes de DCM	35
A.1	Secousse minimale sous contrainte de position et vitesse initiales et finales	35
A.2	Accélération minimale sous contrainte de position et vitesse initiales et finales	36
B	Méthode numérique pour résoudre les problèmes de DCM modifiés	37

Introduction

L'étude du mouvement biologique s'est depuis longtemps inspirée des travaux provenant du domaine de l'informatique. Ainsi certaines découvertes sur le contrôle moteur ont été réalisées grâce à l'apport des informaticiens de formation. Il faut cependant garder à l'esprit que la démarche du physiologiste et celle de l'informaticien sont deux démarches opposées, ou plutôt duales. Prenons par exemple le concept d'optimisation, couramment rencontré dans les deux domaines. Dans un cas, le critère à optimiser est bien connu de l'informaticien. Sa démarche est par conséquent *synthétique*, c'est-à-dire qu'il doit mettre en œuvre des algorithmes pour synthétiser une trajectoire qui optimise ce critère donné. Dans l'autre, les trajectoires sont une donnée expérimentale, et la démarche du physiologiste est par conséquent *analytique*, c'est-à-dire qu'il doit examiner les différentes propriétés de ces trajectoires, recueillir des informations sur la physiologie et le fonctionnement des organes impliqués et *induire* un critère que le système moteur *pourrait* minimiser dans le processus de génération de ces trajectoires. Bien souvent, cette dernière tâche est plus ardue que la première, comme le neurophysiologiste V. Braitenberg l'a résumé dans sa « law of uphill analysis and downhill invention » :

[...] analysis is more difficult than invention in the sense in which, generally, induction takes more time to perform than deduction : in induction one has to search for the way, whereas in deduction one follows a straightforward path. [Braitenberg 1984]

Pendant mon stage de mars à septembre 2006 au Laboratoire de la Physiologie de la Perception et de l'Action (LPPA), nous avons combiné successivement ces deux approches pour étudier la locomotion humaine au niveau de la *trajectoire*. Nous avons fait l'hypothèse – induite à partir de notre analyse des trajectoires réelles et inspirée des travaux antérieurs sur le contrôle du mouvement biologique – que, parmi toutes les trajectoires possibles, les trajectoires effectivement empruntées dans la locomotion humaine seraient celles qui maximisent la « lissité » (« smoothness » en anglais). Afin de tester cette hypothèse, nous avons mis en œuvre des outils d'algorithmique du mouvement pour synthétiser des trajectoires maximisant la lissité dans un environnement composé d'obstacles et nous les avons comparées aux trajectoires enregistrées expérimentalement.

Le rapport sera organisé de la manière suivante. Dans la première partie, nous donnerons un aperçu du contexte scientifique – les outils d'algorithmique du mouvement d'une part et les travaux antérieurs sur le mouvement biologique d'autre part – dans lequel s'inscrit notre travail. Nous présentons dans la deuxième partie les résultats que nous avons obtenus dans la

modélisation des trajectoires locomotrices humaines. Enfin, dans la troisième partie, nous discuterons des points forts et des limites des modèles que nous aurons proposés et proposerons un programme de recherches futures.

1 Contexte scientifique

1.1 L’algorithmique du mouvement en robotique

1.1.1 Le problème du déménageur de piano

Dans cette section, nous nous sommes inspirés de l’article de synthèse [Laumond 1988] sur l’algorithmique du mouvement en robotique. Pour une bibliographie plus étendue, le lecteur est prié de se référer à cet article.

Considérons un mobile dans un environnement connu encombré d’objets qui sont tous considérés comme des obstacles. L’environnement est géométriquement décrit dans un référentiel absolu ; il est supposé statique. Étant données une position de départ et une position finale, le problème consiste à trouver un trajet¹ pour le mobile, tel que celui-ci n’entre pas en collision avec les obstacles.

Toutes les méthodes de résolution consistent à transformer le problème initial de recherche de trajet pour le *mobile* dans l’*environnement* 2D (ou 3D) en un problème de recherche de trajet pour un *point* (ce qui est nettement plus facile) dans un *certain espace* caractéristique du problème.

Considérons l’exemple d’un polygone convexe en *translation* dans un environnement constitués d’obstacles polygonaux convexes (il s’agit d’un des premiers résultats rigoureux obtenu dans le domaine [Lozano-Perez, Wesley 1979]). La première étape consiste à « grossir » les obstacles en effectuant la somme de Minkowski des obstacles avec le mobile (voir figure 1). Ce calcul peut être fait en temps $O(n + m)$ où n et m sont le nombre de sommets du mobile et des obstacles.

Il reste ensuite à déterminer s’il existe un trajet entre le point initial et le point final dans le nouvel espace libre. Cela peut être fait en décomposant par exemple l’espace libre en cellules triangulaires en temps $O(p \log p)$ où p est le nombre de sommets de l’espace libre. Les cellules sont alors structurées en graphe et le problème de planification de mouvement se trouve ainsi transformé en problème de recherche de trajet dans un graphe.

¹Dans ce rapport, nous appellerons « trajet » une courbe géométrique non paramétrée dans l’espace des configurations (\mathbb{R}^3 pour un mobile indéformable en translation dans l’espace euclidien, $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^1$ pour un mobile indéformable libre dans le plan euclidien, etc.), par opposition à « trajectoire », qui désignera le couple (trajet + un profil de vitesse sur ce trajet).

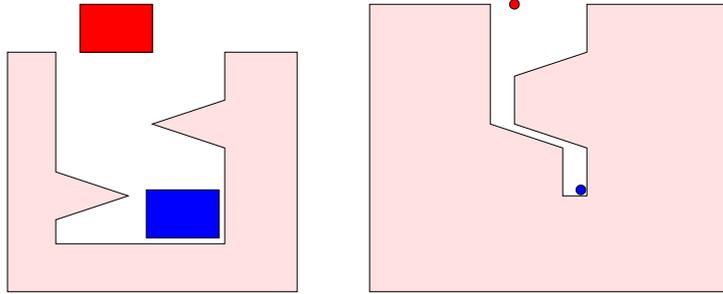


FIG. 1 – La technique du grossissement d’obstacles. Pour la somme de Minkowski, la référence pour l’obstacle est le sommet en haut à droite.

1.1.2 Trajectoires optimales

Au delà du problème de trouver un *trajet* entre une configuration initiale et une configuration finale ou de montrer qu’il n’y en a pas, il y a le problème, plus compliqué, de trouver une *trajectoire* qui optimise un certain critère – temps, distance, énergie dépensée, etc.

Une des premières approches de ce problème dans sa généralité a été proposée dans [Gilbert, Johnson 1985] où les auteurs utilisent des outils de la théorie du *contrôle optimal*. Les auteurs considèrent un mobile dont la configuration à l’instant t est notée $q(t)$. Ce mobile obéit à une équation de mouvement du type

$$\dot{q}(t) = f(q(t), u(t)) \quad (1)$$

où $u(t)$ est la *commande* à l’instant t .

Soient $K(q)$ le sous-ensemble de l’espace qu’occupe le mobile dans la configuration q et $\{O_i : i \in I\}$ l’ensemble des obstacles. On peut définir la distance du mobile à l’obstacle O_i par

$$d_i(q) = \min\{|z_i - z| : z_i \in O_i, z \in K(q)\}$$

La nécessité d’éviter les obstacles peut alors être rendue par l’ensemble d’équations

$$d_0 - d_i(q) \leq 0, \quad i \in I \quad (2)$$

où d_0 est la marge d’erreur.

Finalement, pour préciser les conditions initiales et finales, on considère la contrainte

$$h(q(0), q(T)) = 0 \quad (3)$$

où T est la durée du mouvement.

Le problème de contrôle optimal consiste alors à minimiser une quantité

$$J = \int_0^T L(q(t), u(t)) dt \quad (4)$$

sous les contraintes (1), (2) et (3).

Les auteurs montrent que, sous certaines conditions relativement à la forme du mobile et des obstacles (par exemple qu'ils soient compacts et convexes), les fonctions distance d_i sont continûment différentiables, ce qui implique que les méthodes d'optimisation numérique peuvent être utilisées efficacement.

La méthode du champ de potentiel On peut remarquer qu'une des difficultés du problème tel qu'il était posé par [Gilbert, Johnson 1985] réside dans le calcul des fonctions distance d_i . Dans [Hwang, Ahuja 1992], les auteurs proposent d'associer une fonction de potentiel relativement simple aux obstacles, fonction valant une très grande valeur sur les obstacles proprement dit, et décroissant rapidement à l'extérieur de ceux-ci. Ainsi, il suffit de rajouter cette fonction dans l'intégrande de l'équation (4) pour s'assurer que le mobile ne heurte pas les obstacles.

Plus précisément, les auteurs proposent de construire la fonction de potentiel associée à un polygone convexe comme suit. Soit

$$g_j(q) \leq 0, \quad j \in J$$

l'ensemble des inéquations linéaires décrivant les côtés du polygone. Soit la fonction scalaire

$$f(q) = \sum_{j \in J} g_j(q) + |g_j(q)|$$

Cette fonction est nulle à l'intérieur du polygone, et croît linéairement avec la distance au polygone à l'extérieur. La fonction de potentiel associée au polygone est alors définie par

$$p(q) = \frac{1}{\delta + f(q)}$$

où δ est une petite constante positive. Cette fonction a une valeur de $1/\delta$ à l'intérieur de l'obstacle et décroît avec l'inverse de la distance à l'extérieur.

Lorsqu'il y a plusieurs obstacles, la valeur du potentiel global en un point q est donnée par le maximum des potentiels générés par les obstacles en ce point.

Le champ de potentiel correspondant à un ensemble de deux obstacles rectangulaires est représenté en figure 17 (page 29).

1.2 La planification et le contrôle du mouvement biologique

Dans cette section, nous nous sommes en partie inspirés de l'article de synthèse [Jordan, Wolpert 1999] sur les stratégies de planification et de contrôle du mouvement biologique. Pour une bibliographie plus étendue, le lecteur est prié de se référer à cet article.

1.2.1 Redondance et invariants moteurs

Redondance du système moteur Le système moteur humain (animal en général) est largement redondant. Pour une tâche apparemment très simple comme amener la main d'une position initiale vers une position finale définie (mouvement de pointage), il existe une multitude de trajets possibles. Pour chacun de ces trajets, il existe une multitude de profils de vitesse que la main pourrait suivre. Même lorsque le trajet et le profil de vitesse ont été spécifiés, chaque position de la main à un instant donné peut être obtenue par une multitude de combinaisons d'angles articulaires différentes, qui eux mêmes peuvent être générés par des patterns d'activation musculaire différents (voir figure 2).

Invariants dans le mouvement de pointage Malgré cette grande redondance, des observations expérimentales sur le mouvement de pointage ont démontré que certains aspects du mouvement restent invariants, indépendamment des sujets, des essais et des conditions du mouvement (direction du mouvement, position de la cible, vitesse à laquelle le mouvement est exécuté, charge portée par la main, ...). Un premier invariant, pour les mouvements dans le plan horizontal, est que la main a tendance à suivre une ligne droite. Cela est surprenant, étant donné que les muscles fonctionnent dans des référentiels tournants, liés aux articulations. Autre invariant : les mouvements, aussi bien dans le plan que dans l'espace, ont un profil de vitesse en forme de courbe en cloche centrée au milieu du trajet (voir figure 3).

La loi de la puissance un-tiers Dans des tâches comportant des trajectoires curvilignes, un autre invariant a été observé. Dans [Lacquaniti et al. 1983], les auteurs ont remarqué que, pour une large classe de trajectoires curvilignes de la main, la vitesse $v(t)$ était reliée au rayon de courbure $r(t)$ par une loi de puissance, dite *loi de la puissance un-tiers* (ou deux-tiers, selon un autre mode de calcul), décrite par l'équation

$$v(t) = gr(t)^{1/3} \quad (5)$$

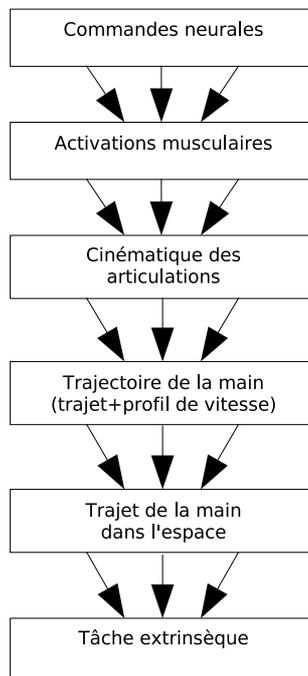


FIG. 2 – La redondance dans la planification et le contrôle du mouvement biologique (adapté sans autorisation de [Jordan, Wolpert 1999]).

où g est un facteur constant de gain. Typiquement, on vérifie expérimentalement la validité de cette loi en calculant la corrélation entre v et $r^{1/3}$ ou entre $\log(v)$ et $\log(r)$ (voir figures 4 et 5).

Cette loi est en fait la quantification, dans le cas du mouvement de la main, d’une observation quotidienne selon laquelle la vitesse décroît dans les virages.

Pour des tâches plus complexes, par exemple dessiner des figures en forme de huit, de limaçon, de trèfle à quatre feuilles, ... il a été montré que la relation de l’équation (5) n’était pas vérifiée de manière globale sur toute la trajectoire. Cependant, il était possible de segmenter une telle trajectoire en plusieurs sous-unités sur chacune desquelles la relation était vérifiée (avec donc des coefficients g différents). Les sous-unités ainsi obtenues correspondaient *a posteriori* à des parties bien distinctes de la figure. Cette observation a mené à l’hypothèse du contrôle segmenté [Viviani, Flash 1995], selon lequel le système nerveux contrôlerait certains mouvements complexes, non de manière globale, mais sous-unité par sous-unité.

Finalement, cette loi de puissance un-tiers a été observée pour d’autres effecteurs que la main, comme le pied dans la locomotion [Ivanenko et al. 2002]

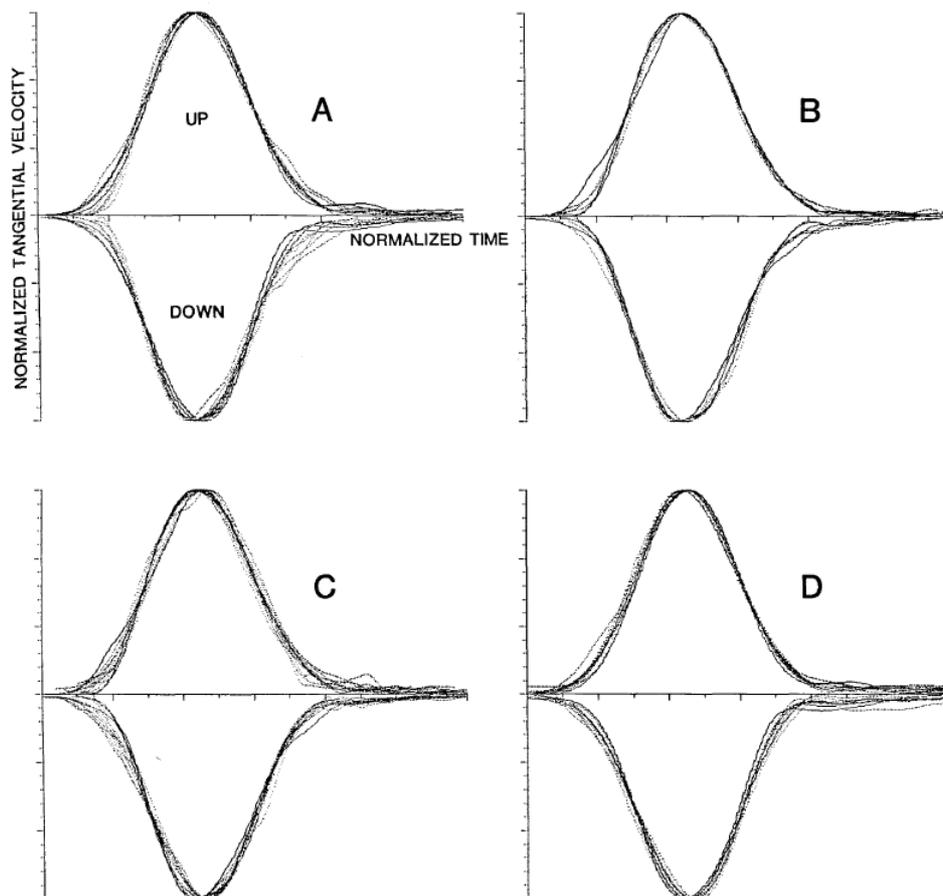


FIG. 3 – Profils de vitesse normalisés pour des mouvements de pointage dans l'espace (reproduit sans autorisation de [Atkeson, Hollerbach 1985]). **A** : mouvements verticaux exécutés sans charge et à des vitesses différentes (vitesse moyenne en traits pleins, vitesses lente et rapide en pointillés). **B** : mouvements verticaux exécutés à vitesse moyenne, avec ou sans charge (sans charge en traits pleins, avec une charge de 1,8 kg en pointillés). **C** : différents types de mouvements exécutés à vitesse moyenne et sans charge (mouvements verticaux en traits pleins, mouvements obliques en pointillés). **D** : mouvements verticaux exécutés par des sujets différents à vitesse rapide et sans charge.

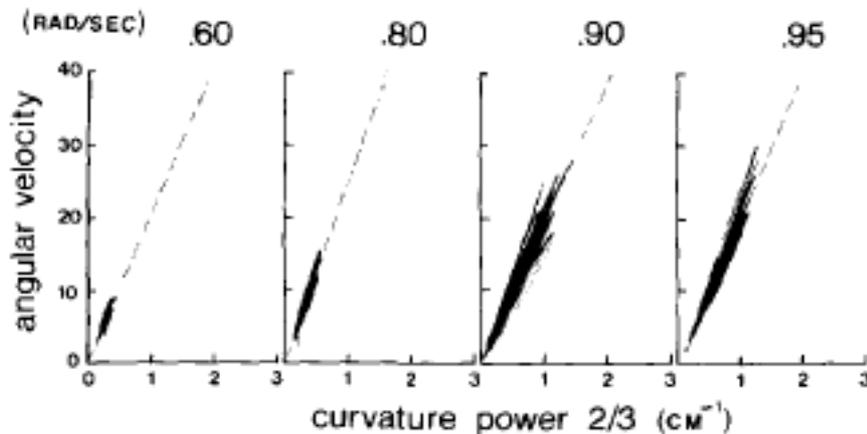


FIG. 4 – Relation courbure-vitesse pour plusieurs ellipses (reproduit sans autorisation de [Lacquaniti et al. 1983]).

ou l’oeil dans la poursuite oculaire [de’Sperati, Viviani 1997].

1.2.2 Contrôle moteur optimal

Dans [Bernstein 1967], l’auteur proposait pour expliquer ces invariants que certains degrés de liberté non indispensables pour la tâche pourraient être « gelés » (« frozen »), ou que le système moteur choisirait, parmi la multitude de solutions possibles, celle qui serait la moins coûteuse énergétiquement. Continuant dans cette dernière direction, plusieurs travaux ont suggéré que la solution choisie serait celle qui minimise une certaine quantité – énergie, secousse, taux de variation de couples, variance, etc.

On peut distinguer deux grandes famille de principes de contrôle optimal ; dans l’une, on prend en compte uniquement des paramètres *cinématiques* comme la distance parcourue, les angles articulaires, la vitesse, l’accélération, etc. alors que dans l’autre on fait intervenir des quantités *dynamiques* comme les forces musculaires, les couples développés aux articulations, etc. La première famille est représentée par le principe de « minimum jerk » (« secousse minimale ») et la seconde par celui de « minimum torque-change » (« variation minimale de couples »).

Le principe de secousse minimale Dans [Hogan 1984], l’auteur remarquait que les mouvements de pointages de la main était « lisses » (« smooth »), c’est-à-dire que les paramètres cinématiques de la trajectoire comme la position, la vitesse, l’accélération, etc. variaient de manière continue, régulière

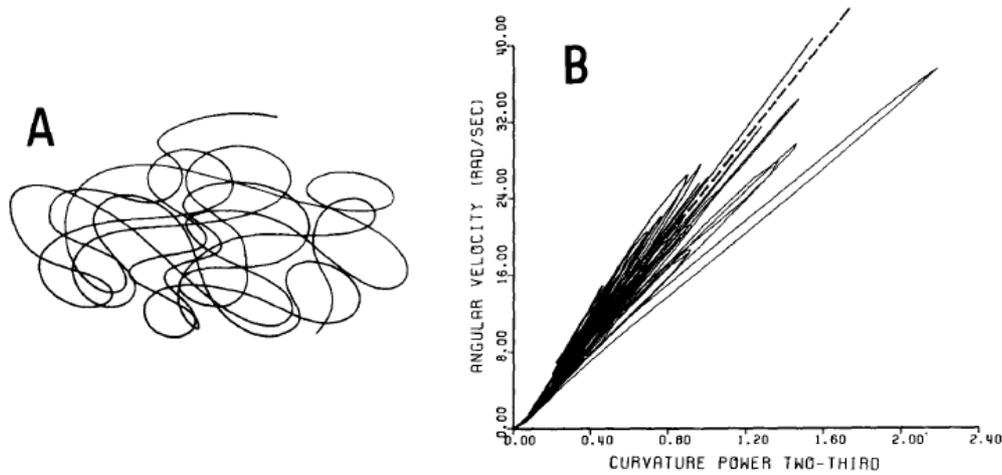


FIG. 5 – Relation courbure-vitesse pour un gribouilli (reproduit sans autorisation de [Lacquaniti et al. 1983]).

dans le temps. L’auteur proposait que la « lissité » (« smoothness ») d’une trajectoire pourrait être évaluée comme l’intégrale de la dérivée troisième de la position – la secousse (« jerk ») –, donnée par

$$J(x(t), y(t)) = \int_0^T \ddot{x}^2(t) + \ddot{y}^2(t) dt$$

où $(x(t), y(t))$ décrivait la position de la main à l’instant t et T était la durée totale du mouvement.

L’auteur émettait ensuite l’hypothèse selon laquelle, parmi la multitude de trajectoires possible pour une tâche de pointage, la trajectoire choisie serait celle qui était la plus lisse, c’est-à-dire, celle qui minimisait la fonctionnelle J définie ci-dessus. Pour vérifier cette hypothèse, l’auteur calculait, pour une tâche donnée, la trajectoire qui minimisait J et la comparait favorablement à la trajectoire réelle.

Dans [Flash, Hogan 1985], les auteurs mettaient en œuvre des expériences plus compliquées où la main devait atteindre successivement plusieurs positions dans le plan. Encore une fois, le principe de secousse minimale prédisait des trajectoires très proches de celles observées expérimentalement.

Ce modèle a plusieurs conséquences majeures. Premièrement, seuls les paramètres *cinématiques* de l’effecteur a été pris en compte, ce qui veut dire que les paramètres dynamiques comme les couples engendrés par les muscles n’entrent pas directement en compte dans l’élaboration de la commande motrice. Deuxièmement, le référentiel utilisé pour calculer la secousse est un

repère cartésien lié au laboratoire, c'est-à-dire *extracorporel*. Les angles articulaires par exemple ne seraient pas pris en compte.

Il faut évoquer les difficultés d'ordre biologique que connaît le modèle de secousse minimale. Premièrement, il n'y a pas à ce jour d'explication de principe pourquoi le système nerveux central (SNC) choisirait de minimiser la secousse, à part le fait que cela produirait des trajectoires lisses. Ce modèle n'explique pas non plus pourquoi une trajectoire lisse serait plus avantageuse. Enfin, on ne sait pas par quel mécanisme le SNC pourrait estimer un paramètre aussi complexe que la secousse et l'intégrer sur la durée du mouvement.

Notons finalement que le principe de secousse minimale a été appliqué avec succès à d'autres types de mouvement comme celui du pied pendant la course [Hreljac 2000] ou celui de la mâchoire pendant la mastication [Yashiro, Takada 2005].

Autres principes de contrôle optimal D'autres modèles d'optimisation ont également été proposés, motivés par des observations expérimentales et des considérations fonctionnelles différentes. Parmi eux, on peut citer le modèle du « minimum torque-change » [Uno et al. 1989] qui fait l'hypothèse que la fonctionnelle suivante est minimisée par le système moteur

$$\int_0^T \sum_{i=1}^n \left(\frac{d\tau_i}{dt} \right)^2 dt$$

où τ_i est le couple développé à l'articulation i . Ce modèle, fondé sur la minimisation de quantités *dynamiques* (et non purement *cinématiques* comme dans le cas de la secousse minimale) a été proposé pour expliquer notamment les trajectoires curvilignes de la main lorsqu'elle est soumise à un champ de force inhomogène et/ou anisotropique.

Un autre principe est le « minimum variance » [Harris, Wolpert 1998]. Dans ce modèle, les auteurs proposent que les commandes neurales sont choisies de manière à minimiser la *variance* de la position finale, tout en gardant la durée du mouvement la plus faible possible. Ce modèle a été appliqué avec succès aux saccades oculaires et aux mouvements de la main. L'avantage de ce modèle est que la quantité à minimiser – la variance de la position finale – est une quantité facilement accessible au SNC.

1.3 Études antérieures sur les trajectoires locomotrices

Dans une certaine mesure, la planification des trajectoires locomotrices peut être comparée au contrôle moteur. Pour se déplacer d'une position à une

autre dans l'espace, il existe aussi une multitude de trajets possibles et de profils de vitesse possibles sur chacun de ces trajets. Tout cela est défini au niveau de la trajectoire, où le sujet est considéré comme un point matériel. Mais, en chaque point d'une trajectoire donnée, le sujet peut connaître une multitude d'attitudes posturales différentes : position et inclinaison des membres inférieurs (liée à la formation du pas), orientation du tronc [Hicheur, Berthoz 2005], direction de la tête, ancrage du regard [Grasso et al. 1998], etc. Manifestement, la redondance dans le cas du mouvement locomoteur est encore plus importante que dans le cas du mouvement des membres, due à la plus grande complexité du système que l'on considère.

Pourtant, des observations quotidiennes nous enseignent qu'il y a des invariants : pour se déplacer d'un point à un autre, on suit généralement une ligne droite (mais pas toujours, voir section 2), lorsque l'on prend un virage, on a tendance à ralentir, etc. D'autres invariants sont plus subtils, et ne se révèlent qu'à travers une expérimentation et une analyse rigoureuses.

Nous nous sommes restreints dans ce stage à l'étude du mouvement locomoteur au niveau de la *trajectoire*, c'est-à-dire, à un niveau où le sujet est considéré comme un point matériel. Nous perdons ainsi une grande quantité d'information – en effet, les paramètres posturaux comme l'alternance des pas, l'orientation du tronc, etc. ont une influence certaine sur la planification de la trajectoire – mais gagnons en revanche en simplicité d'analyse. Paradoxalement, ce champ d'étude a été relativement peu investi, les études antérieures sur la locomotion portant principalement sur la coordination segmentaire des membres inférieurs [Hicheur et al. 2006] et les références citées, à la génération du cycle des pas [Hase, Stein 1999], aux mécanismes de stabilisation et d'orientation [Grasso et al. 1998, Hicheur, Berthoz 2005, Carlsen et al. 2005].

La piste non-holonome Une des rares études sur la génération de trajectoires locomotrices a été réalisée dans le cadre d'une collaboration entre le LPPA et le LAAS à Toulouse. Dans cette étude, les auteurs suggèrent que, durant la locomotion, le corps humain serait décrit de manière plus adéquate par le couple (position + orientation du corps) (x, y, θ) que par la seule position (x, y) . Le système considéré obéirait à une contrainte *non-holonome* liant la vitesse et l'orientation, donnée par

$$\dot{x} \sin(\theta) - \dot{y} \cos(\theta) = 0$$

L'interprétation de cette contrainte est que l'homme se meut droit devant (dans la direction de θ) et non sur le côté comme le ferait un crabe.

Dans [Arechavaleta et al. 2006], les auteurs ont montré que le couple (milieu du segment des épaules + angle du segment des épaules par rapport à un axe fixe) était compatible avec cette modélisation.

Relations entre courbure et vitesse Récemment, des travaux précurseurs dans l'étude des trajectoires locomotrices ont été entrepris, notamment au LPPA [Vieilledent et al. 2001, Hicheur et al. 2005]. Ces premiers travaux portant surtout à la relation entre la vitesse et la courbure dans des trajectoires incurvées comme l'ellipse, le limaçon, le trèfle à quatre feuilles, etc.

Dans les expériences menées, une figure géométrique est tracée sur le sol, et le sujet est demandé de marcher en suivant cette figure. On mesure la position du sujet à tout instant à l'aide d'un système de « capture de mouvement ». On calcule ensuite la vitesse du sujet et on la rapporte à la courbure de la trajectoire.

Les résultats obtenus montrent qu'il y a effectivement une relation entre la courbure de la trajectoire et la vitesse du sujet, et que cette relation peut être rendue, dans une certaine mesure, par une loi de puissance. Cette puissance est cependant significativement inférieure à $1/3$ (voir section 1.2.1) et vaut en moyenne 0,25. De plus, cette puissance varie en fonction de la figure, et parfois de la sous-unité dans une même figure [Hicheur et al. 2005].

2 Étude de trajectoires locomotrices humaines

2.1 Protocole expérimental

Les données expérimentales dont nous disposons proviennent de l'expérience menée en 2005 dans le cadre d'une collaboration entre le LPPA et le pôle robotique du Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS) à l'Université Paul Sabatier, Toulouse pour tester l'hypothèse « non-holonome » (voir section 1.3).

Dispositif Dans cette expérience, on a demandé aux sujets de marcher librement d'une position initiale (x_i, y_i) avec une direction de marche initiale θ_i ² vers une position finale (x_f, y_f) variable, avec une direction finale θ_f . La contrainte sur la direction finale θ_f est imposée à l'aide d'un portique mobile, placé en (x_f, y_f) et tourné de manière à faire un angle de θ_f avec l'axe horizontal (voir figures 6 et 7).

²Dans cette section tous les angles sont mesurés par rapport à un axe « horizontal » fixe lié au laboratoire.

Le couple (position + angle) est appelé « cible ». Chaque cible sera donc repérée par deux nombres, le premier indiquant la position, le second, la direction finale désirée (par exemple 26/150).

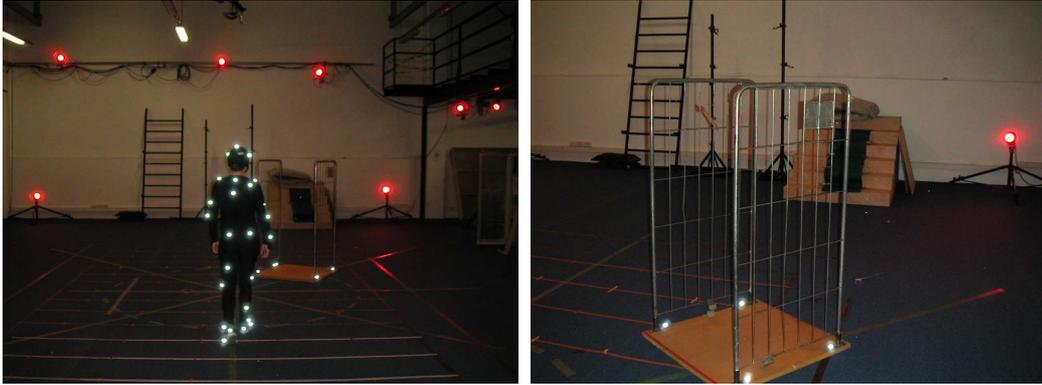


FIG. 6 – Dispositif expérimental (avec l’aimable autorisation d’Halim Hicheur)

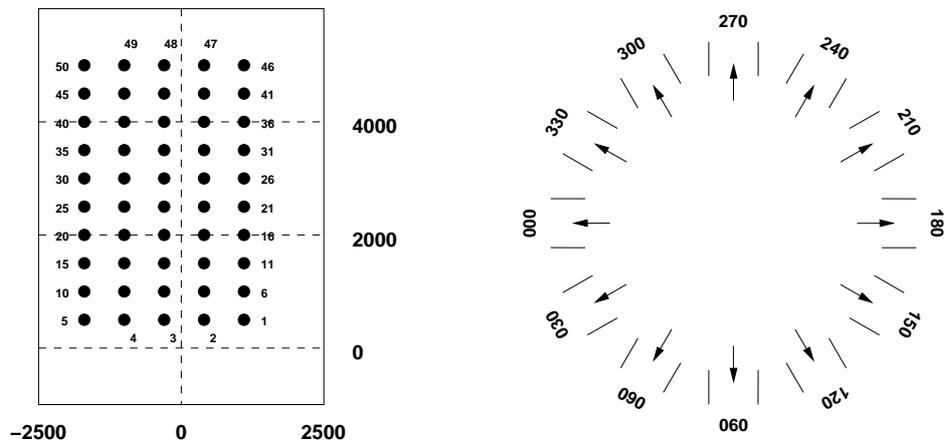


FIG. 7 – Positions (en mm) et directions (en degré) finales utilisées pendant l’expérience.

Données expérimentales Des 60 cibles testées, seules 30 ont pu être prises en compte dans nos analyses, des erreurs ayant été commises dans la disposition des autres cibles. Pour chaque cible valide, nous disposons de 15 essais, exécutés par 5 sujets différents (3 essais par sujet). À des fins d’illustration, nous avons regroupé les cibles selon qu’elles sont plus ou moins « tournées » (donc imposant des trajectoires à plus ou moins forte courbure,

voir tableau 1). Pour chaque catégorie, une trajectoire est représentée en figure 8.

Forte courbure	Courbure moyenne	Faible courbure	Quasi droite
11/120	11/180	21/210	37/270
16/150	20/000	25/330	38/270
21/150	21/180	26/210	42/270
25/030	25/000	30/330	43/270
26/150	26/180	36/210	
30/030	30/000	40/330	
31/150	31/180	41/210	
35/030	35/000	41/240	
	36/180		
	40/000		

TAB. 1 – Classement des cibles selon leur angle.

Traitement des données Les données ont été traitées et les calculs effectués avec le logiciel `GNU Octave`, les courbes ont été tracées avec le logiciel `Gnuplot`. Les statistiques et les histogrammes ont été réalisés à l’aide du logiciel `OpenOffice Calc`. Il faut noter que pour calculer les trajectoires moyennes (section 2.2) ainsi que les vitesses initiale et finale moyennes (section 2.3), *aucune donnée n’a été filtrée*. Toutefois, pour tracer les profils de vitesse dans les figures 12 et 14, nous avons dû filtrer les données à l’aide d’un filtre passe-bas du second ordre de Butterworth de fréquence de coupure 5 Hz pour éliminer l’effet du resampling (voir le paragraphe suivant).

Normalisation Chaque sujet a une allure préférentielle qui lui est propre. Ainsi les différents sujets ne mettent pas le même temps pour effectuer une même tâche. Pour pouvoir comparer les différentes trajectoires, il est donc nécessaire de les « normaliser ». Dans la suite, chaque sujet est repéré à l’instant t par la position du milieu des marqueurs des épaules LSHO et RSHO, position notée $(x(t), y(t))$. Nous considérons que la trajectoire débute lorsque le sujet franchit, en t_{deb} , l’axe des abscisses (voir figure 7) et qu’elle finit lorsque le sujet franchit, en t_{fin} , le tiers³ du portique. La procédure de normalisation consiste à faire un changement d’origine et d’échelle temporelles de telle manière que $t_{\text{deb}} = 0$ et $t_{\text{fin}} = 1$.

³Cette convention a été choisie de manière à faciliter les calculs.

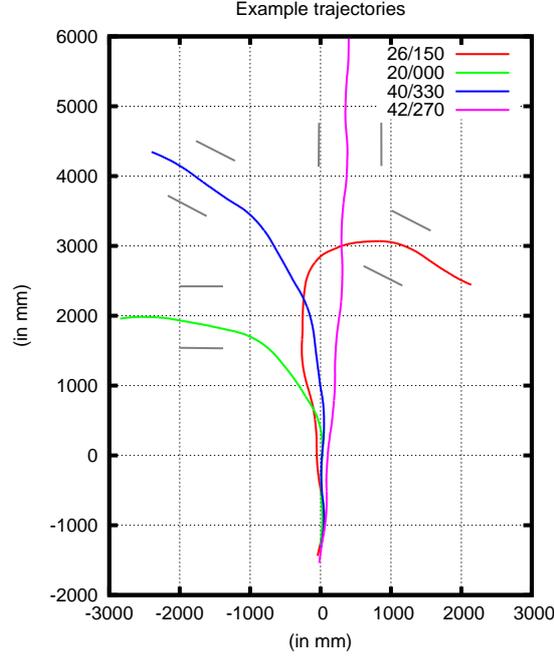


FIG. 8 – Quatre trajectoires représentatives.

2.2 Caractère stéréotypé des trajectoires observées

Pour chaque ensemble de contraintes $(x_i, y_i, \theta_i, x_f, y_f, \theta_f)$, il existe évidemment une multitude de trajectoires possibles vérifiant ces contraintes (voir section 1.3). Pourtant, les trajectoires correspondant à une même cible réalisées par les différents sujets, lors des différents essais, se révèlent être très semblables, aussi bien d'un point de vue géométrique que cinématique (voir par exemple la figure 9).

Quantification du degré de similitude Pour quantifier plus précisément le degré de similitude entre les différentes trajectoires correspondant à une même cible, nous considérons la position $(x(t), y(t))$ au temps t lors d'un essai comme une variable aléatoire. L'écart-type $\sigma(t)$ de cette variable nous renseignerait donc sur le degré de dispersion des différentes trajectoires à l'instant t . Statistiquement, nous pouvons calculer la position moyenne $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ à l'instant t par

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t), \quad \bar{y}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i(t)$$

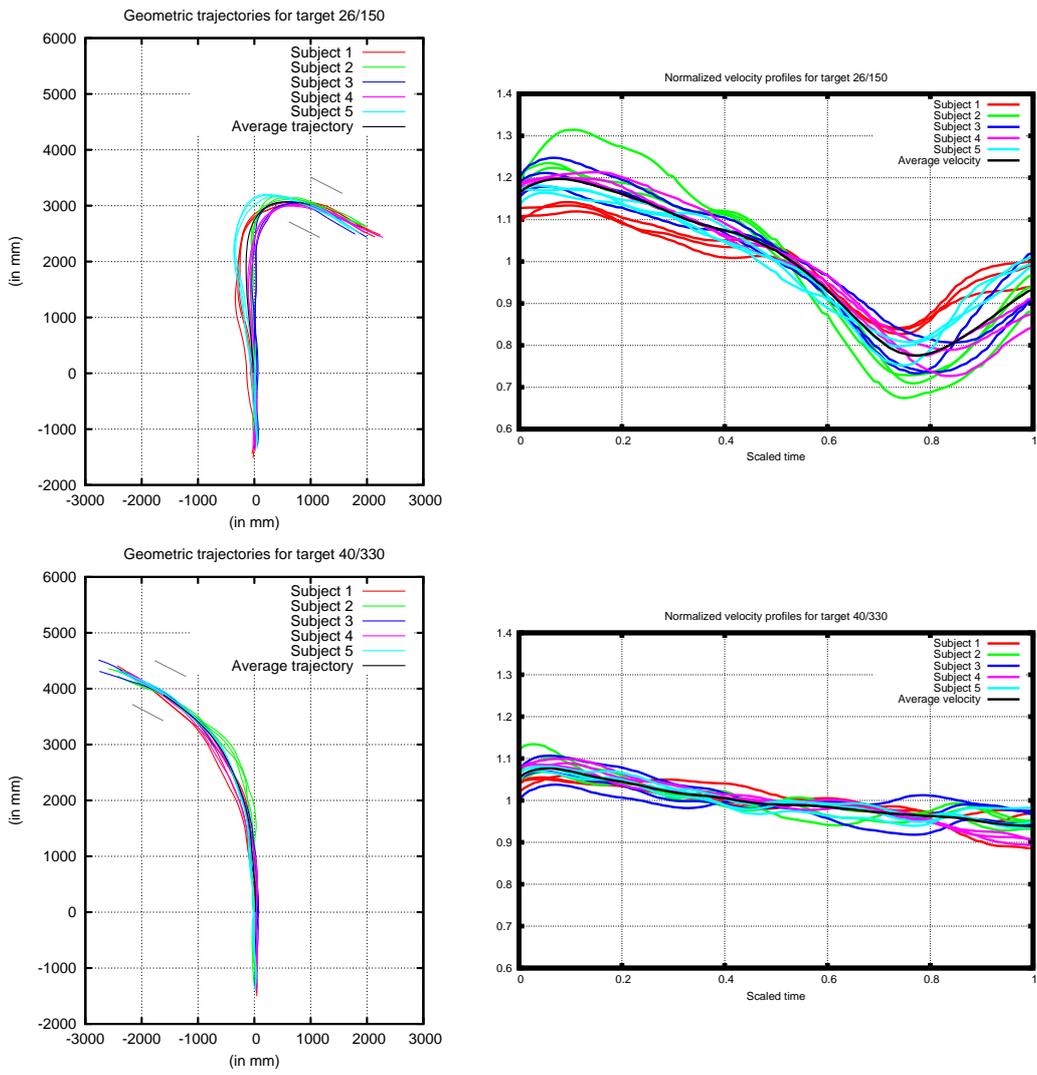


FIG. 9 – Trajectoires géométriques et profils de vitesse pour les cibles 26/150 et 40/330. On a normalisé chaque profil de vitesse en divisant la vitesse à l'instant t par la moyenne sur tout le trajet.

et $\sigma(t)$ par

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i(t) - \bar{x}(t))^2 + (y_i(t) - \bar{y}(t))^2}$$

où N est le nombre d'essais.

Notons par ailleurs \bar{d} la distance parcourue pour la trajectoire moyenne $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))_{t \in [0,1]}$. Deux mesures significatives du degré de ressemblance entre les différentes trajectoires seraient donc

$$\sigma_{\max} = \frac{\sup_{t \in [0,1]} \sigma(t)}{\bar{d}}$$

$$\sigma_{\text{moy}} = \frac{\int_{t \in [0,1]} \sigma(t) dt}{\bar{d}}$$

sachant que plus ces quantités sont petites, plus les trajectoires sont semblables. Le tableau 2 montre ces quantités calculées pour les 30 cibles valides. La figure 10 représente graphiquement ces quantités pour les différents types de cibles.

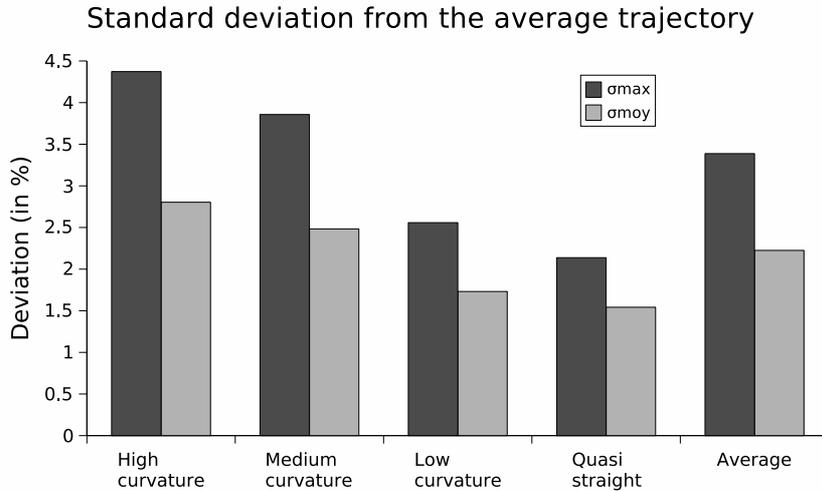


FIG. 10 – σ_{\max} et σ_{moy} (en %) calculé pour les différents types de cibles.

Similitude et courbure Qualitativement, nous pouvons observer que σ est grand pour les cibles tournées, et plus petit pour les cibles droites. Le profil temporel de $\sigma(t)$ est tracé pour les deux cibles 26/150 et 40/330 en figure 11. Nous pouvons aussi observer que la dispersion est plus grande au milieu de la trajectoire qu'aux extrémités (courbe en cloche).

Cible	distance (en mm)	$\sup_{t \in [0,1]} \sigma(t)$ (en mm)	$\int_{t \in [0,1]} \sigma(t) dt$ (en mm)	σ_{\max} (en %)	σ_{moy} (en %)
11/120	2700.48	109.08	70.68	4.04	2.62
11/180	1884.04	61.34	46.07	3.26	2.45
16/150	2800.19	131.25	88.71	4.69	3.17
20/000	2789.57	122.30	72.49	4.38	2.60
21/150	3278.35	132.20	83.05	4.03	2.53
21/180	2948.34	106.30	70.95	3.61	2.41
21/210	2663.75	92.44	65.84	3.47	2.47
25/000	3220.58	131.02	77.94	4.07	2.42
25/030	3565.87	154.38	94.64	4.33	2.65
25/330	2951.26	97.07	70.09	3.29	2.37
26/150	3844.33	186.37	122.08	4.85	3.18
26/180	3432.06	138.83	87.06	4.05	2.54
26/210	3168.90	63.10	42.98	1.99	1.36
30/000	3708.14	155.41	92.95	4.19	2.51
30/030	4006.07	193.13	123.86	4.82	3.09
30/330	3419.54	82.79	63.48	2.42	1.86
31/150	4346.92	174.86	115.35	4.02	2.65
31/180	3918.73	153.67	110.48	3.92	2.82
35/000	4192.82	148.76	96.71	3.55	2.31
35/030	4563.98	191.49	117.54	4.20	2.58
36/180	4426.60	164.73	116.44	3.72	2.63
36/210	4164.92	121.61	83.26	2.92	2.00
37/270	3830.87	83.89	58.28	2.19	1.52
38/270	3823.73	81.32	63.98	2.13	1.67
40/000	4679.78	175.36	103.03	3.75	2.20
40/330	4392.42	102.72	62.04	2.34	1.41
41/210	4668.11	129.65	78.90	2.78	1.69
41/240	4502.12	76.30	51.64	1.69	1.15
42/270	4322.64	87.90	58.89	2.03	1.36
43/270	4323.69	95.40	70.30	2.21	1.63

TAB. 2 – Quantification du degré de similitude entre les trajectoires correspondant à une même cible.

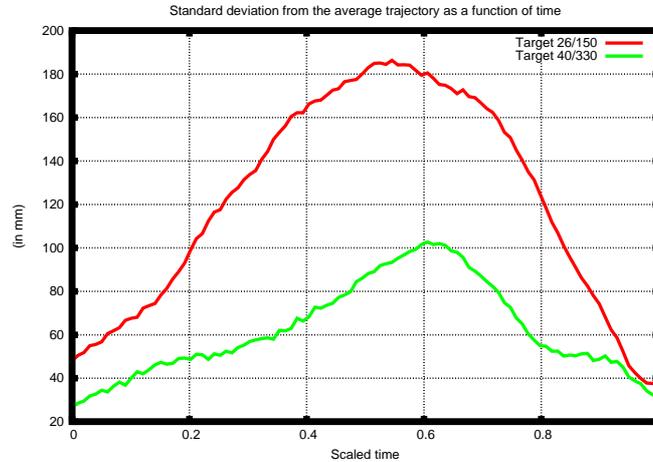


FIG. 11 – Profil temporel des écarts-types (en mm) pour les deux cibles 26/150 (en rouge) et 40/330 (en vert).

Vitesse et courbure Dans la figure 9, cadre en haut à droite, nous pouvons clairement observer que la vitesse des sujets décroît avec le rayon de courbure. Ce phénomène est observable pour toutes les trajectoires. Dans les futures recherches, il nous faudra quantifier ce phénomène et le relier aux résultats de [Vieilledent et al. 2001, Hicheur et al. 2005] sur la relation vitesse/courbure dans les trajets imposés.

2.3 Modèles de « dérivées au carré minimales » (DCM)

Le caractère stéréotypé des trajectoires locomotrices observé dans la section précédente suggère qu’il existe un principe commun sous-jacent aux mécanismes de planification de ces trajectoires.

Pour le mouvement de pointage (mais aussi pour d’autres mouvements biologiques), le principe de maximisation de la lissité prédit des trajectoires en accord avec un grand nombre d’observations expérimentales (voir section 1.2). Si l’hypothèse selon laquelle la lissité serait maximisée dans les mouvements biologique reflétait une propriété fondamentale du SNC, alors elle pourrait être vérifiée à d’autres échelles, comme celle des trajectoires locomotrices.

En première observation, nous pouvons constater que les trajectoires locomotrices produites par les sujets ont effectivement tendance à être lisses, gracieuses. Dans la suite, nous allons essayer d’appliquer le principe de maximisation de la lissité aux mouvements locomoteurs et vérifier sa pertinence en comparant les trajectoires prédites et celles enregistrées expérimentalement.

Principe Les contraintes de position et de direction initiales et finales sont traduites sous la forme suivante

$$\left\{ \begin{array}{l} x(0) = x_i \\ y(0) = y_i \\ \dot{x}(0) = \sqrt{\dot{x}(0)^2 + \dot{y}(0)^2} \cos(\theta_i) \\ \dot{y}(0) = \sqrt{\dot{x}(0)^2 + \dot{y}(0)^2} \sin(\theta_i) \\ x(1) = x_f \\ y(1) = y_f \\ \dot{x}(1) = \sqrt{\dot{x}(1)^2 + \dot{y}(1)^2} \cos(\theta_f) \\ \dot{y}(1) = \sqrt{\dot{x}(1)^2 + \dot{y}(1)^2} \sin(\theta_f) \end{array} \right. \quad (6)$$

Dans l'ensemble des fonctions $(x(t), y(t))_{t \in [0,1]}$ vérifiant les contraintes de l'équation (6) nous allons chercher celles qui minimise la fonctionnelle

$$J_n(x, y) = \int_0^1 \left[\left(\frac{d^n x}{dt^n} \right)^2 + \left(\frac{d^n y}{dt^n} \right)^2 \right] dt \quad (7)$$

Les contraintes de vitesse initiale et finale Il s'avère que la minimisation de la fonctionnelle (7) sous les contraintes (6) donne des prédictions très éloignées des trajectoires observées. En effet, dans les trajectoires prédites, la vitesse tend vers zéro quand on s'approche de la position finale, alors que dans l'expérience, les sujets ont reçu la consigne de marcher quelques mètres après le franchissement du portique. Autrement dit, la vitesse finale est, dans une certaine mesure, *imposée* par l'expérimentateur. De même, les vitesses initiales prédites ont tendance à être très importantes, alors qu'en réalité, l'allure préférentielle des sujets exclut de telles vitesses.

Dans la suite, nous allons donc imposer aux trajectoires DCM de vérifier non seulement des conditions de direction initiale et finale, mais aussi de vitesse initiale et finale. Pour cela, nous calculons, pour chaque cible, les vitesses *moyennes* initiale et finale à travers les essais. Ces vitesses, combinées aux directions θ_i et θ_f , engendrent des *vecteurs vitesse* initiaux et finaux (v_i^x, v_i^y) et (v_f^x, v_f^y) , que nous allons donner comme contraintes au problème de minimisation. L'ensemble des contraintes devient

$$\begin{cases} x(0) = x_i \\ y(0) = y_i \\ \dot{x}(0) = v_i^x \\ \dot{y}(0) = v_i^y \\ x(1) = x_f \\ y(1) = y_f \\ \dot{x}(1) = v_f^x \\ \dot{y}(1) = v_f^y \end{cases} \quad (8)$$

Pour les cas $n = 2$ et $n = 3$, la minimisation exacte de la fonctionnelle (7) sous les contraintes (8) est donnée en appendice A.

Résultats Les trajectoires prédites par le principe du secousse minimale pour les cibles 26/150 et 40/330 sont représentées en rouge dans la figure 12.

Notons $(x_{mj}(t), y_{mj}(t))_{t \in [0,1]}$ la trajectoire prédite par le principe de secousse minimale. L'écart en t de la trajectoire prédite par rapport à la trajectoire moyenne peut être calculée par

$$\delta(t) = \sqrt{(x_{mj}(t) - \bar{x}(t))^2 + (y_{mj}(t) - \bar{y}(t))^2}$$

Deux mesures de pertinence du modèle pourraient être

$$\delta_{\max} = \frac{\sup_{t \in [0,1]} \delta(t)}{\bar{d}}$$

$$\delta_{\text{moy}} = \frac{\int_{t \in [0,1]} \delta(t) dt}{\bar{d}}$$

La figure 13 représente graphiquement δ_{\max} calculé pour les différents types de cibles (bâtons rouges). On constate que le principe de secousse minimale donne d'assez bons résultats en moyenne à travers les cibles (écart de l'ordre de 5,5 % par rapport à la trajectoire moyenne). Cependant, il faut noter que plus les cibles sont tournées (plus les trajectoires sont incurvées), moins ce principe est pertinent (écart de l'ordre de 8,7 % pour les trajectoires à forte courbure).

2.4 Modification du modèle de secousse minimale

Il a été observé dans [Wann et al. 1988] et [Viviani, Flash 1995] et démontré dans [Richardson, Flash 2002] (dans le cas des trajectoires elliptiques)

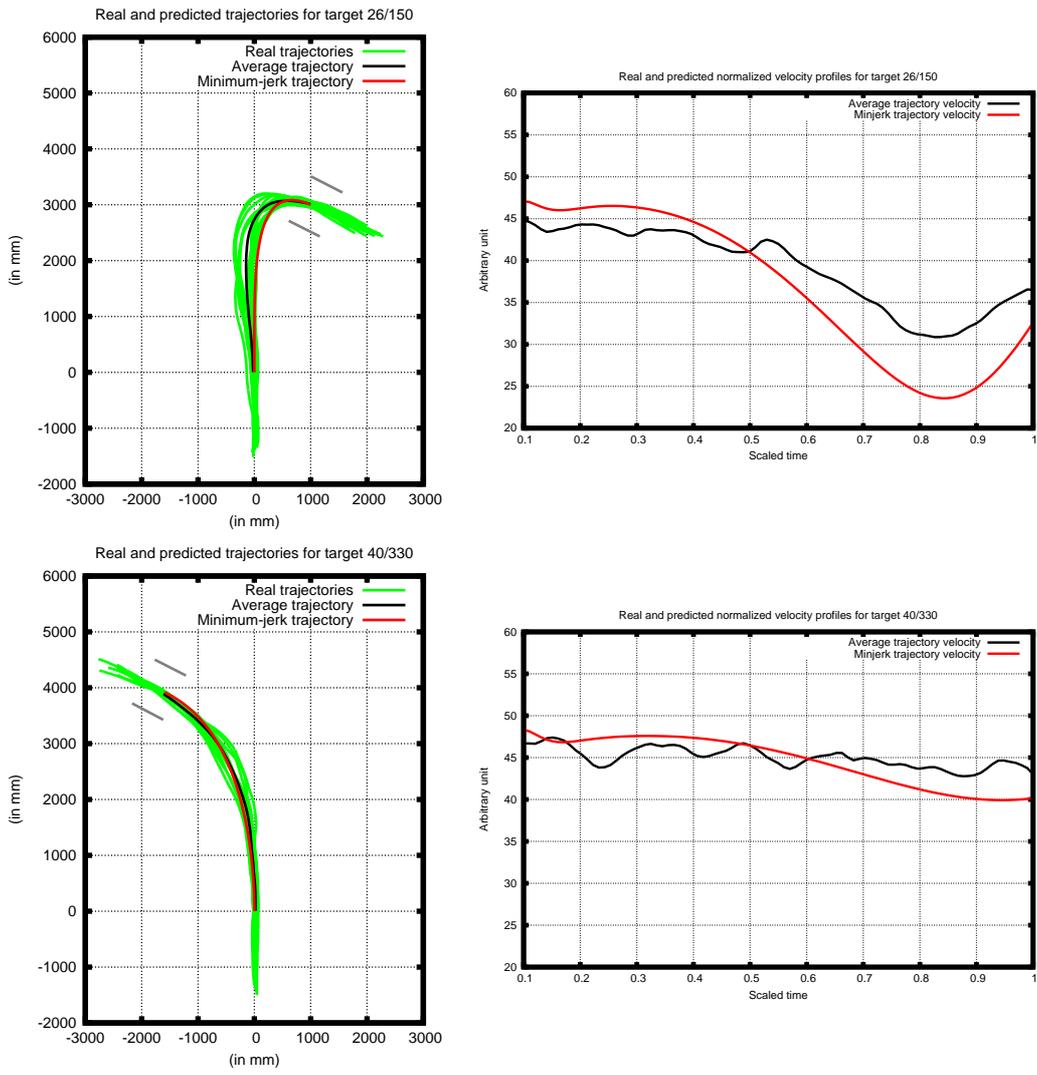


FIG. 12 – Trajectoires géométriques et profils de vitesse prédites par le principe de secousse minimale et le principe de la secousse minimale modifié pour les cibles 26/150 et 40/330.

Deviation of the predicted trajectories from the average trajectory

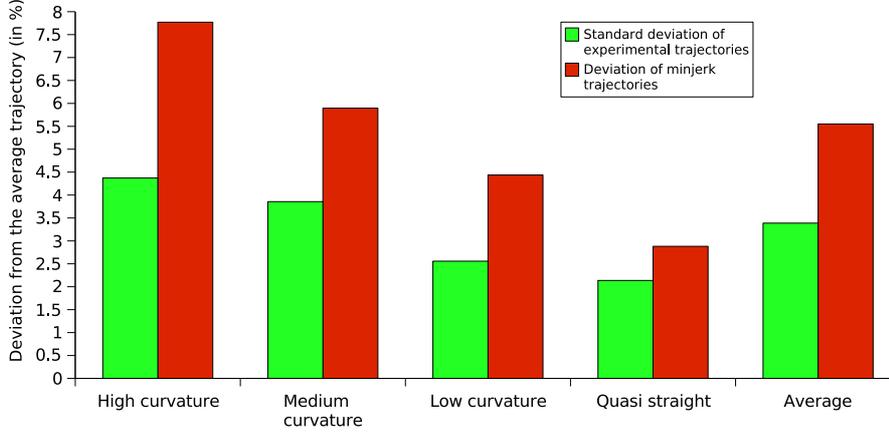


FIG. 13 – Écart maximal (en %) des trajectoires prédites par le principe de secousse minimale (bâtons rouges) par rapport à la trajectoire moyenne. Pour élément d’appréciation, l’écart-type maximal σ_{\max} est aussi représenté (bâtons verts).

qu’une trajectoire secousse minimale vérifie naturellement une loi de puissance, proche de $1/3$. Autrement dit, pour les trajectoires secousse minimale, on a souvent

$$v = gr^\beta$$

où $\beta \simeq 0,33$. D’un autre côté, l’étude de [Hicheur et al. 2005] a montré que les trajectoires locomotrices vérifient dans une certaine mesure une loi de puissance, mais pour un β plus petit (de l’ordre de 0,25, voir section 1.3). Intuitivement, cela implique que, pour r petit (dans les virages), la vitesse prédite par le principe de secousse minimale est inférieure à la vitesse locomotrice réelle, et que pour r grand (dans les portions plus rectilignes), elle est supérieure.

Cette phénomène est observé dans nos simulations. Dans la figure 12, cadre en haut à droite, on peut observer que la trajectoire secousse minimale (en rouge) a une vitesse supérieure à la vitesse moyenne (en noir) dans la portion rectiligne (vers $t = 0,3$), et qu’elle baisse très vite ensuite, pour devenir inférieure à la vitesse moyenne dans la portion à forte courbure de la trajectoire (vers $t = 0,8$). Ce phénomène est observé dans la quasi-totalité des trajectoires.

Principe Pour corriger cette tendance des trajectoires secousse minimale à exagérer les variations de vitesse par rapport aux trajectoires locomotrices réelles, nous allons ajouter dans la fonctionnelle (7) un terme pénalisant les variations trop importantes de la vitesse (en norme). Plus précisément, la fonctionnelle à minimiser devient

$$\tilde{J}_n(x, y) = \int_0^1 \left[\left(\frac{d^n x}{dt^n} \right)^2 + \left(\frac{d^n y}{dt^n} \right)^2 + \gamma \left(\frac{d}{dt} (\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}) \right)^2 \right] dt \quad (9)$$

où γ est un coefficient de pondération⁴.

Cette fois-ci, la minimisation exacte de (9) semble être bien plus compliquée. Nous utilisons donc des méthodes numériques pour calculer des minima approchés (voir appendice B).

Résultats Les trajectoires prédites par le principe de la secousse minimale modifié pour les cibles 26/150 et 40/330 sont représentées en bleu dans la figure 14.

La figure 15 représente graphiquement δ_{\max} calculé pour les différents types de cibles (bâtons bleus). On constate que ce modèle prédit des trajectoires qui sont plus proches des trajectoires moyennes que celles prédites par le principe de la secousse minimale initial. Cette meilleure qualité de prédiction se manifeste surtout pour les trajectoires à forte et moyenne courbure. En fait, la pertinence du modèle ne semble pas dépendre de la courbure de la trajectoire.

En moyenne, l'écart maximal des trajectoires prédites par ce principe par rapport à la trajectoire moyenne est d'environ 3,1 %, ce qui est inférieur à l'écart-type maximal des trajectoires réelles de l'ordre de 3,4 %. Sur un trajet de 4 mètres, cela fait un écart maximal de 12,5 cm à tout instant ! Malgré sa simplicité, on peut donc conclure que ce principe est un modèle très pertinent pour la planification des trajectoires locomotrices.

2.5 Prise en compte des obstacles

Nous avons vu que le principe de secousse minimale modifié donnait des prédictions très proches des trajectoires réelles pour les 30 cibles disponibles. Cependant, pour des cibles dont l'orientation oblige le sujet à effectuer des trajectoires très courbées, par exemple à faire des demi-tour, ce principe n'est

⁴Par souci de généralité, nous utiliserons une valeur unique de γ pour toutes nos simulations. Cependant, il est raisonnable de penser que la valeur de γ peut dépendre des sujets.

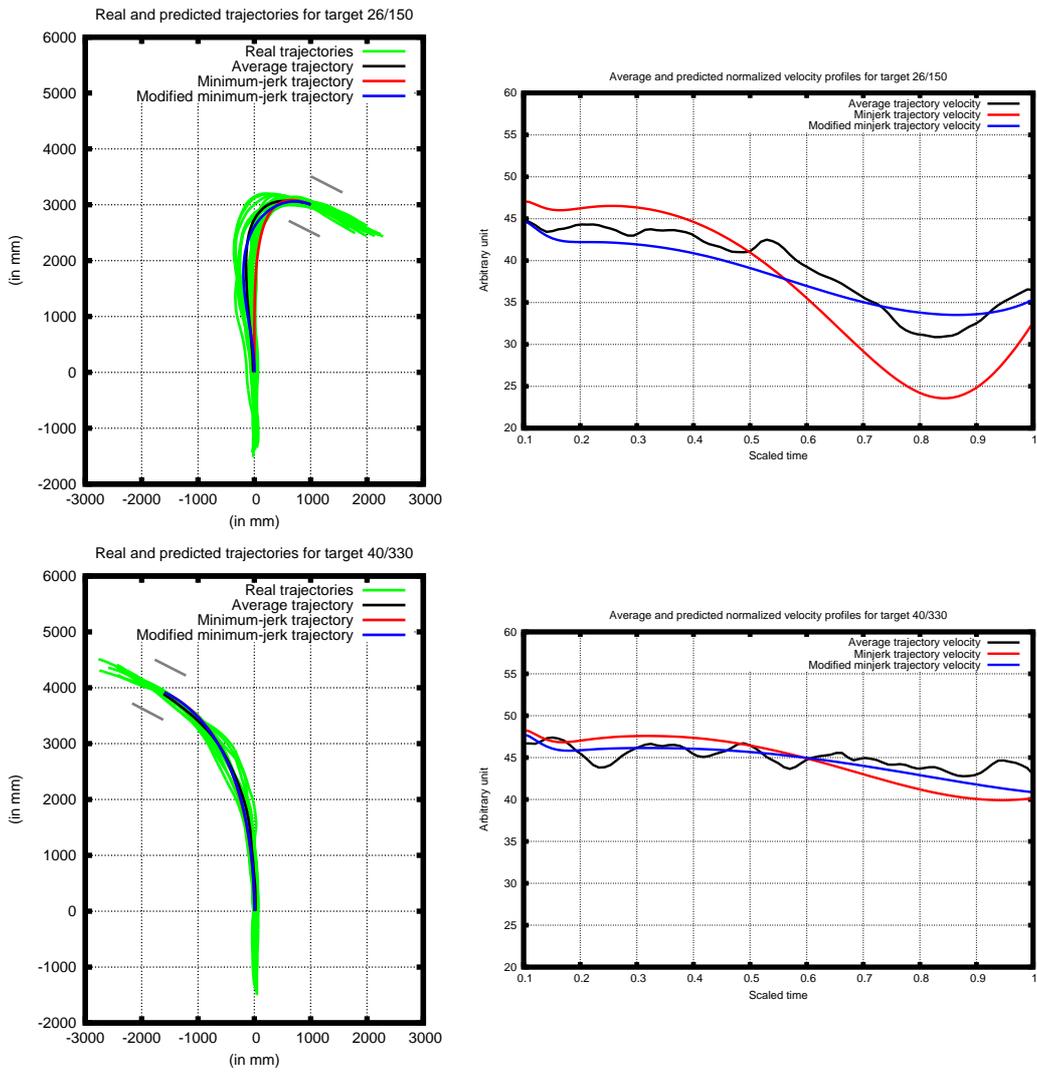


FIG. 14 – Trajectoires géométriques et profils de vitesse prédites par le principe de secousse minimale et le principe de la secousse minimale modifié pour les cibles 26/150 et 40/330.

Deviation of the predicted trajectories from the average trajectory

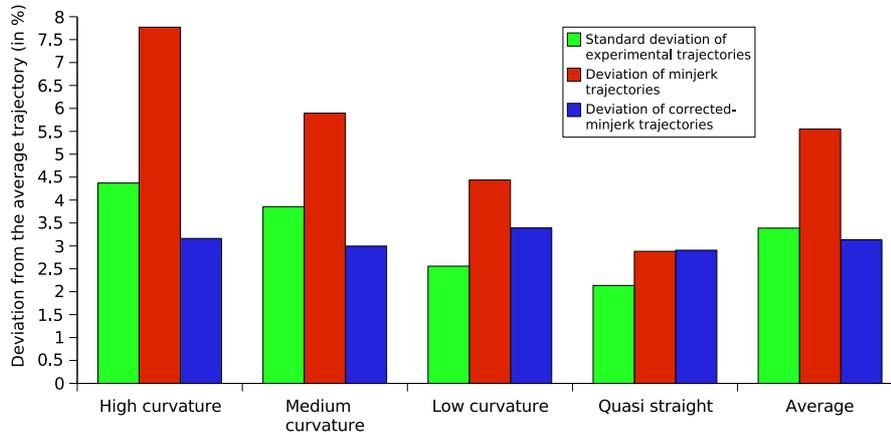


FIG. 15 – Écart maximal (en %) des trajectoires prédites par le principe de secousse minimale (bâtons rouges) et par le principe de la secousse minimale modifié (bâtons bleus) par rapport à la trajectoire moyenne. Pour élément d’appréciation, l’écart-type maximal σ_{\max} est aussi représenté (bâtons verts).

plus valide. Dans le cadre en haut à gauche de la figure 18, on peut voir que la trajectoire secousse minimale modifié (en rouge) est trop à l’intérieur du virage par rapport à la trajectoire réelle (en vert).

Intuitivement, on peut interpréter ce phénomène par le fait que le principe d’optimalité de la « secousse minimale » conduit à des trajectoires plus courtes, moins détournées que les trajectoires réelles. En effet, dans l’expérience, le sujet a tendance à prendre un trajet détourné, d’une part parce qu’il veut atteindre l’orientation finale le plus confortablement possible, mais aussi parce qu’il veut tout simplement éviter l’obstacle que constituent les deux montants du portique (voir figure 6).

Principe Pour intégrer ce dernier phénomène dans notre modèle, on pourrait rajouter la contrainte qu’à tout instant t , le point $(x(t), y(t))$ – représentant le centre du corps du sujet – soit à une distance d’au moins d des montants du portique. Dans la suite, on fixera $d = 25$ cm.

Une manière de traiter algorithmiquement cette contrainte est de grossir les obstacles, i.e. en faisant la somme de Minkowski entre les obstacles réels et une boule de rayon 25 cm (voir section 1.1.1). Comme les portes sont des segments de droite, cela donnerait des rectangles arrondis. Mais comme on n’a pas besoin d’une telle précision, on se contentera des rectangles basiques,

qui sont plus faciles à implémenter informatiquement (voir figure 16).

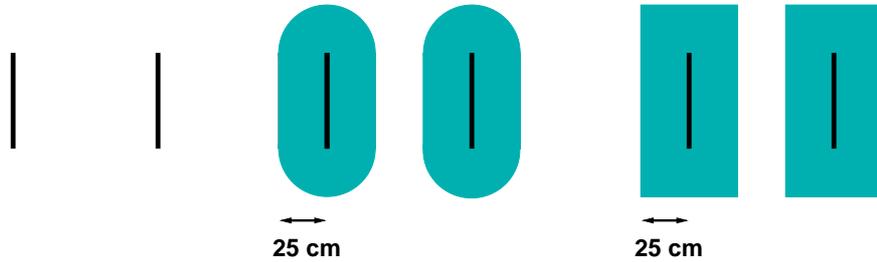


FIG. 16 – De gauche à droite : (a) les montants du portique, (b) les montants grossis par la somme de Minkowski avec un disque de rayon 25 cm, (c) les montants grossis grossièrement pour l'implémentation informatique.

On construit le champ de potentiel $P(x,y)$ correspondant aux obstacles en appliquant la méthode décrite dans [Hwang, Ahuja 1992] et rappelée en section 1.1.2 (voir figure 17).

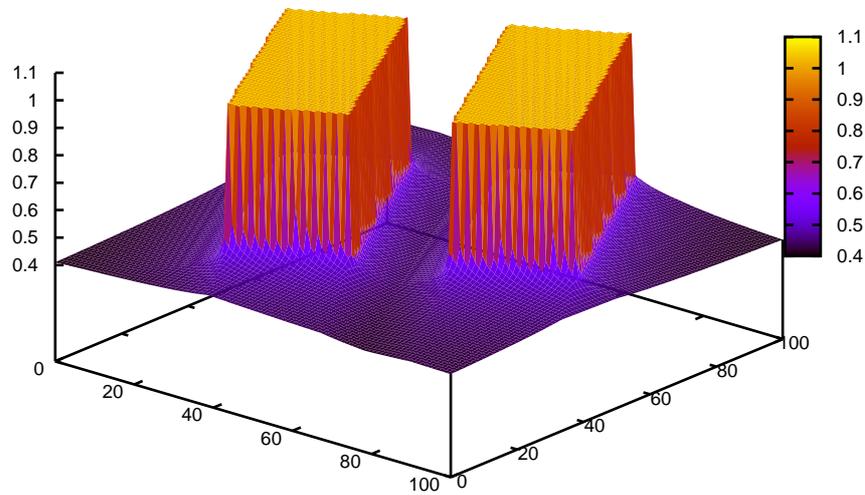


FIG. 17 – Le champ de potentiel engendré par les montants du portique.

La nouvelle fonctionnelle qu'il s'agit de minimiser est donc

$$\hat{J}_n(x, y) = \int_0^1 \left[\left(\frac{d^n x}{dt^n} \right)^2 + \left(\frac{d^n y}{dt^n} \right)^2 + \gamma \left(\frac{d}{dt} (\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}) \right)^2 + \gamma_2 P(x(t), y(t)) \right] dt \quad (10)$$

où γ et γ_2 sont des coefficients de pondération fixes.

Comme dans section 2.4, la minimisation de la fonctionnelle est traitée à l'aide de méthodes numériques (voir appendice B).

Dans les simulations de cette section, nous avons pris comme contraintes les *vecteurs vitesse* initial et final du sujet et non uniquement leur norme. Nous avons remarqué en effet que le sujet effectuant ces trajectoires ne respectait pas exactement les consignes de direction initiale et finale.

Résultats Pour les cibles nécessitant de grands détours, nous ne disposons que d'une seule trajectoire par cible, ce qui est insuffisant pour une analyse statistique fiable. En guise de résultats, nous nous contentons donc de tracer les trajectoires et les profils de vitesse réels et prédits correspondant aux cibles 28/090 et 34/120 en figure 18 et de les commenter brièvement.

Le tableau 3 montre l'écart maximal entre la trajectoire réelle et les trajectoires prédites pour les deux cibles de la figure 18. Nous pouvons constater que la prise en compte des obstacles améliore sensiblement les prédictions du modèle. Il faudra confirmer ces résultats préliminaires par un plus grand nombre d'essais pour ce genre de cibles, et par une analyse statistique plus fouillée.

Cible	Distance (en mm)	sans obs. (en mm)	sans obs. (en %)	avec obs. (en mm)	avec obs. (en %)
28/090	5357.3	304.40	5.68	134.06	2.50
34/120	5355.4	232.08	4.33	168.10	3.14

TAB. 3 – Écart maximal entre la trajectoire réelle et les trajectoires prédites pour les cibles 28/090 et 34/120.

3 Discussion, pistes de recherche

3.1 Points forts et limites du protocole expérimental

Le protocole expérimental est innovant, et permet d'engendrer une grande variété de trajectoires locomotrices. Cependant, il y a plusieurs aspects qu'il faudra améliorer dans les prochaines expériences.

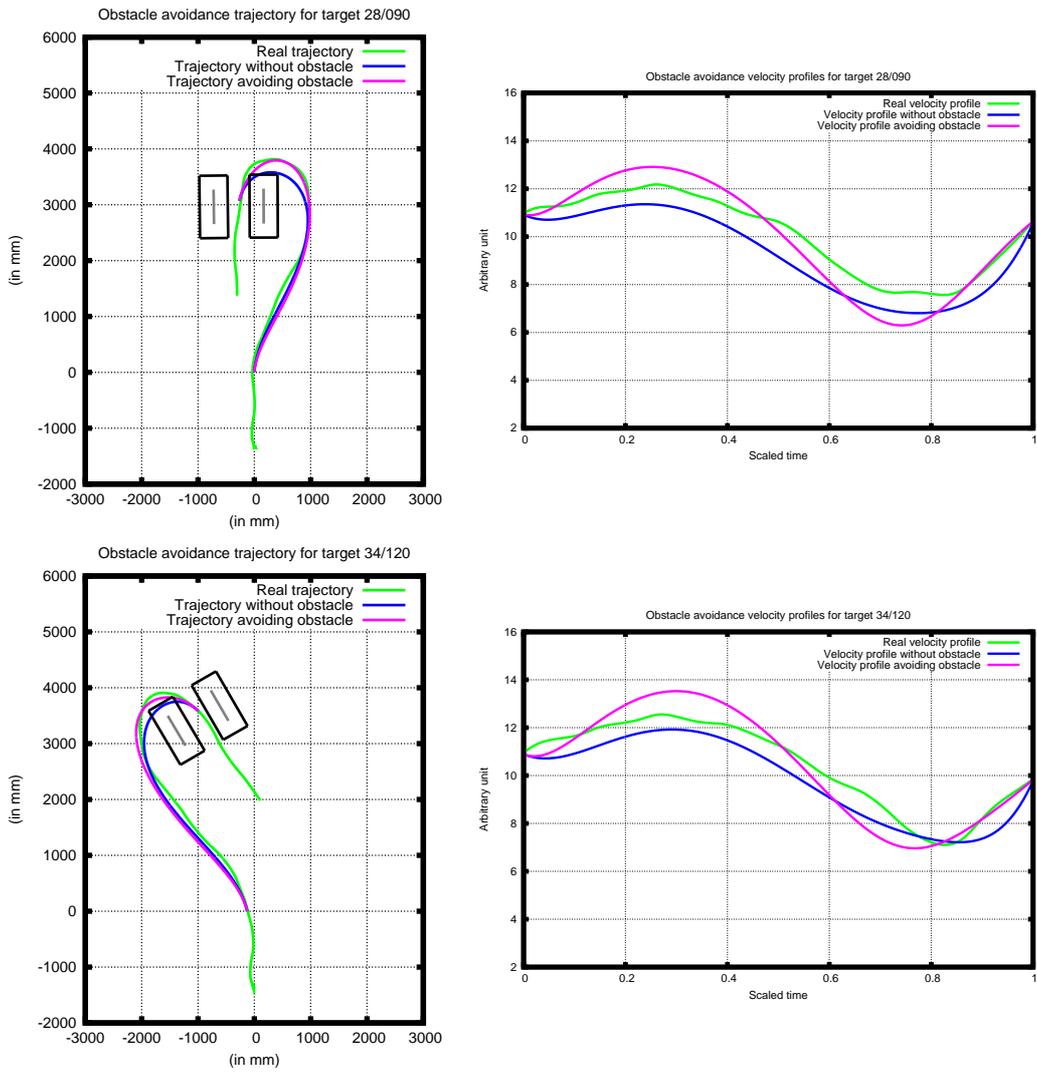


FIG. 18 – Trajectoires géométriques et profils de vitesse prédits par le principe de secousse minimale modifié sans tenir ou en tenant compte des obstacles pour les cibles 28/090 et 34/120.

Contraintes sur la vitesse Comme on l’a remarqué en section 2.3, la consigne de marcher quelques mètres avant la position initiale et après la position finale n’impose pas de conditions précises sur la vitesse du sujet. Il nous faudra trouver des protocoles qui imposent des conditions précises, par exemple départ et arrivée à vitesse nulle.

Effet secondaire indésirable Enfin, comme nous l’avons remarqué en section 2.5, les portiques constituent en eux-mêmes des obstacles, ce qui interfère avec les conditions de position et de direction finales pour les cibles très tournées. Il faudra trouver un protocole qui sépare soigneusement ces deux conditions expérimentales, dont chacune est intéressante à étudier de manière isolée.

3.2 Points forts et limites des modèles proposés

Le principe de secousse minimale a d’abord été énoncé pour modéliser les trajectoires de la main dans les mouvements de pointage. Il a été ensuite appliqué avec succès à d’autres types de mouvements (voir section 1.2.2). Nous avons testé dans cette étude l’hypothèse selon laquelle les trajectoires locomotrices humaines pourraient être modélisées comme des trajectoires minimisant la secousse, et corrélativement, maximisant la lissité.

Qualité des prédictions Rappelons que pour une cible donnée nous mesurons la différence entre la trajectoire prédite et la trajectoire moyenne par la quantité δ_{\max} , distance maximale entre ces deux trajectoires (voir section 2.3).

Pour les trajectoires peu incurvées, le principe de secousse minimale prédit des trajectoires très proches des trajectoires moyennes (δ_{\max} vaut 2,88 % pour les trajectoires quasi-droites et 4,44 % pour les trajectoires à faible courbure).

En moyenne sur les toutes les cibles, le principe de secousse minimale modifié donne lieu à un δ_{\max} de 11,7 cm en distance (les trajets sont de longueur moyenne 3,8 m) et de 3,1 % en pourcentage. Le δ_{\max} le plus grand en distance est de 15,8 cm (atteint pour la cible 31/150). Le δ_{\max} le plus grand en pourcentage est de 4,5 % (atteint pour la cible 25/330). Dans tous les cas, ces moyennes ou maxima sont inférieurs à leurs homologues relatifs à l’écart-type maximal des trajectoires réelles σ_{\max} (voir tableau 4).

On peut ainsi constater que les trajectoires prédites par nos modèles, pourtant très simples, sont extrêmement proches de la trajectoire moyenne.

Pertinence biologique Nous avons vu en section 1.2.2 que pour modéliser le mouvement de la main, deux grandes approches existaient : l’une

Quantité	moyenne (en cm)	moyenne (en %)	maximum (en cm)	maximum (en %)
δ_{\max}	11.7	3.1	15.8	4.5
σ_{\max}	12.7	3.4	19.3	4.9

TAB. 4 – Comparaison entre l'écart aux trajectoires moyennes des trajectoires prédites par le principe de minimum-secousse modifié (δ_{\max}) et l'écart-type des trajectoires réelles (σ_{\max}).

était cinématique (secousse minimale) et l'autre était dynamique (minimum torque-change). Nos modèles font intervenir uniquement des paramètres cinématiques comme la secousse et la dérivée de la vitesse linéaire. Notre choix est motivé par deux raisons. Premièrement, dans le cas du mouvement de la main, le principe de secousse minimale (c'est-à-dire lissité maximale) est très performant, les principes dynamiques ne devenant plus pertinents que dans les cas où un champ de force extérieur intervient. Deuxièmement, l'intégration des aspects dynamiques dans la planification de la trajectoire de la main a été possible à condition de modéliser le bras entier comme un système multi-articulaire et de faire intervenir les couples s'exerçant aux différentes articulations. Or il a été remarqué dans [Hicheur, Berthoz 2005] que « la locomotion n'est pas uniquement la production d'un pattern locomoteur via la coordination des membres inférieurs, mais c'est, de manière plus essentielle, la capacité de naviguer dans l'environnement spatial au moyen de déplacements du corps entier ». Ainsi, la prise en compte des paramètres dynamiques dans la planification des *trajectoires* locomotrices ne pourrait pas se limiter à l'intégration des forces et des couples s'exerçant au niveau des membres inférieurs, mais de manière plus essentielle, de ceux s'exerçant au niveau du corps entier comme les forces centrifuge ou de Coriolis dans les virages, les forces de réaction au sol, d'inertie, les couples faisant tourner le corps en tant que « solide » dans l'espace. La construction d'un modèle permettant ces raffinements nous semble pour l'instant trop « cher » en rapport avec les données expérimentales dont nous disposons – le principe de secousse minimale étant suffisant pour expliquer une bonne partie de nos observations –, mais elle sera sans doute inévitable dans le futur.

Quant aux modifications que nous avons apportées au modèle initial, comme la prise en compte des variations de vitesse ou des obstacles, elles sont justifiées par des observations expérimentales (c.f. les sections correspondantes). Enfin, il faut remarquer qu'il n'y a pas beaucoup de paramètres à ajuster dans notre modèle : le seul qui affecte sérieusement les trajectoires est le coefficient γ , et nous utilisons une *unique* valeur de γ pour toutes nos

simulations. En comparaison, pour « fitter » les données expérimentales avec les prédictions de la loi de la puissance un-tiers par exemple, il faut un ou plusieurs paramètres par trajectoire.

Limites des modèles proposés Il faut rappeler ici les difficultés d'ordre biologique que connaît tout modèle fondé sur le principe de minimisation de la secousse. En effet, d'une part les mécanismes qui permettraient la prise en compte de la secousse par le SNC ne sont pas connus à ce jour, et d'autre part, il n'y a pas de raison évidente pour quoi le SNC choisirait de minimiser la secousse ou, corrélativement, maximiser la lissité.

3.3 Mouvement des effecteurs simples et mouvement locomoteur

Comme nous l'avons remarqué en section 1.3, le mouvement des effecteurs simples (main, pied, etc.) et le mouvement du corps entier considéré au niveau de la *trajectoire* partagent des caractéristiques communes. On pourrait formuler l'hypothèse audacieuse selon laquelle la planification et le contrôle de ces deux types de mouvements relèveraient de principes communs. Les premières études sur la relation entre courbure et vitesse dans les trajectoires locomotrices humaines [Vieilledent et al. 2001, Hicheur et al. 2005] ainsi que le présent stage doivent être compris dans ce contexte.

Ainsi, de même que les résultats de [Vieilledent et al. 2001, Hicheur et al. 2005] ont établi qu'une certaine loi de puissance régissait la relation courbure-vitesse dans le mouvement locomoteur de manière analogue à la loi de la puissance un-tiers pour les mouvements curvilignes de la main [Lacquaniti et al. 1983], notre travail a montré que, dans une certaine mesure, le principe de maximisation de la lissité serait sous-jacent à la planification des trajectoires locomotrices, comme il peut l'être pour le mouvement de pointage [Hogan 1984, Flash, Hogan 1985].

Tout en gardant à l'esprit qu'il y existe des différences fondamentales entre ces deux types de mouvements – biomécanique, niveau de complexité, aires neurales impliquées, . . . – nous essayerons dans nos futures recherches d'étudier plus finement les éventuelles similitudes et de dégager les éventuels principes communs sous-jacents. Il s'agit là d'un programme très ambitieux, dont l'objectif serait d'aboutir à une compréhension des trajectoires locomotrices comparable à celle des mouvements d'effecteurs simples, qui a fait objet d'intenses recherches depuis des dizaines d'années à tous les niveaux : biomécanique, modélisation, substrats neuraux, etc. La réussite d'un tel programme aurait des conséquences importantes : en dehors de la compréhension de la

locomotion humaine, cela pourrait fournir en retour de riches renseignements sur le mouvement des effecteurs simples.

Remerciements Je tiens à remercier Dr. Halim Hicheur et Prof. Alain Berthoz d'avoir encadré mon stage avec compétence et amabilité.

A Résolution exacte des problèmes de DCM

A.1 Secousse minimale sous contrainte de position et vitesse initiales et finales

Remarquons tout d'abord que la fonctionnelle de l'équation (7) peut être minimisée indépendamment selon x et y . Il suffit donc de savoir minimiser la fonctionnelle à une variable $J_3(x) = \int_0^1 \ddot{x}^2(t) dt$ sous les contraintes.

$$\begin{cases} x(0) = x_i \\ \dot{x}(0) = v_i \\ x(1) = x_f \\ \dot{x}(1) = v_f \end{cases} \quad (11)$$

Dans [Flash, Hogan 1985] il a été montré par le calcul des variations que les fonctions minimisant $J_3(x)$ étaient des polynômes de degré 5. Notons donc $x(t) = \sum_{i=0}^5 a_i t^i$. Le problème devient

$$\min_t \left(\int_0^1 (60a_5 t^2 + 24a_4 t + 6a_3)^2 dt \right)$$

sous les contraintes

$$\begin{cases} a_0 = x_i \\ a_1 = v_i \\ \sum_{i=0}^5 a_i = x_f \\ \sum_{i=0}^5 i a_i = v_f \end{cases}$$

En substituant pas à pas, on trouve

$$\begin{cases} a_0 = x_i \\ a_1 = v_i \\ a_2 = x_f - x_i - v_i - a_3 - a_4 - a_5 \\ a_3 = v_i + v_f - 2(x_f - x_i) - 2a_4 - 3a_5 = C - 2a_4 - 3a_5 \end{cases}$$

En remplaçant a_3 par son expression en terme de a_4 et a_5 dans $J_3(x)$, on se retrouve à minimiser

$$f(a_4, a_5) = 324a_5^2 + 48a_4^2 + 240a_4a_5 + 24Ca_5 + 36C^2$$

par rapport aux variables libres a_4 et a_5 . Il s'agit d'une forme quadratique qu'on peut minimiser de manière exacte pour obtenir $a_4 = 5C/4$ et $a_5 = -C/2$. Finalement, la fonction minimisant la secousse peut s'écrire sous la forme

$$x(t) = -\frac{v_i + v_f - 2(x_f - x_i)}{2}t^5 + \frac{5(v_i + v_f - 2(x_f - x_i))}{4}t^4 - \frac{3v_f + 7v_i - 10(x_f - x_i)}{4}t^2 + v_i t + x_i \quad (12)$$

A.2 Accélération minimale sous contrainte de position et vitesse initiales et finales

Les fonctions minimisant $J_2(x)$ sont des polynômes de degré 3. Il y a donc 4 paramètres à chercher. Comme il y a 4 équations données par les contraintes de position et vitesse initiales et finales, il n'existe qu'un seul polynôme satisfaisant les contraintes, donné par

$$x(t) = (v_i + v_f - 2(x_f - x_i))t^3 + (3(x_f - x_i) - 2v_i - v_f)t^2 + v_i t + x_i \quad (13)$$

Comparaison avec la secousse minimale Pour un même ensemble de contraintes $\{x_i, x_f, v_i, v_f\}$, la différence entre la fonction secousse minimale et la fonction minimum-acceleration est donnée par

$$d(t) = \frac{v_i + v_f - 2(x_f - x_i)}{4}t^2(1-t)^2(2t-1)$$

L'écart maximal entre ces deux fonctions est donc donné par $\sup_{t \in [0,1]} |d(t)|$, qui est atteint en $t = \frac{5+\sqrt{5}}{10}$ ou en $t = \frac{5-\sqrt{5}}{10}$. Il est intéressant de noter que ces points sont indépendants des contraintes, ils sont donc les mêmes pour $y(t)$. Ainsi, l'écart maximal entre une trajectoire secousse minimale et une trajectoire minimum-acceleration peut être calculé par

$$\frac{\sqrt{5}}{500} \sqrt{(v_i^x + v_f^x - 2(x_f - x_i))^2 + (v_i^y + v_f^y - 2(y_f - y_i))^2}$$

avec $\frac{\sqrt{5}}{500} \simeq 0.0045$. Pour les valeurs de position et de vitesse finales et initiales qu'on observe dans les expériences, cette différence est toujours inférieure à 20 cm. On peut raisonnablement conclure que les trajectoires secousse minimale et minimum-acceleration sous contrainte de position et vitesse initiales et finales sont très proches.

B Méthode numérique pour résoudre les problèmes de DCM modifiés

Nous nous restreignons à l'ensemble des polynômes de degré 5, ce qui constitue un espace vectoriel de dimension 12 (6 coefficients pour chaque coordonnée).

La secousse des trajectoires peut toujours être calculé exactement en fonction des coefficients des polynômes. Le terme de pénalité pourrait aussi être calculé exactement, mais son expression en fonction des coefficients des polynômes est trop compliqué. Nous avons donc préféré générer les trajectoires, et effectuer une intégration numérique en prenant 100 échantillons sur l'intervalle $[0,1]$.

Pour calculer les minima, nous utilisons la fonction `bfgsmin` de GNU Octave. Cette fonction implémente l'algorithme de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno [Nocedal, Wright 1999].

Références

- [Arechavaleta et al. 2006] The Nonholonomic Nature of Human Locomotion : a Modeling Study. *Proc. IEEE/RAS-EMBS Int. Conf. Biomed. Rob. Biomech.* (2006).
- [Atkeson, Hollerbach 1985] Kinematic Features of Unrestrained Vertical Arm Movements. *J. Neurosci.* 5 (1985).
- [Bernstein 1967] *The Coordination and Regulation of Movements*. Pergamon Press (1967).
- [Braitenberg 1984] *Vehicles : Experiments in Synthetic Psychology*. MIT Press (1984).
- [Carlsen et al. 2005] Identifying Visual-Vestibular Contributions During Target-Directed Locomotion, *Neurosci. Letters* 384 (2005).
- [Hogan 1984] An Organizing Principle for a Class of Voluntary Movements. *J. Neurosci.* 4 (1984).
- [Flash, Hogan 1985] The Coordination of Arm Movements : an Experimentally Confirmed Mathematical Model. *J. Neurosci.* 5 (1985).
- [Gilbert, Johnson 1985] Distance Functions and Their Application to Robot Path Planning in the Presence of Obstacles. *IEEE J. Rob. Auto.* 1 (1985).
- [Grasso et al. 1998] Eye-Head Coordination for the Steering of Locomotion in Humans : an Anticipatory Synergy. *Neurosci. Letters* 253 (1998).

- [Harris, Wolpert 1998] Signal-Dependant Noise Determines Motor Planning. *Nature* (1998).
- [Hase, Stein 1999] Turning Strategies During Human Walking. *J. Neurophysiol.* 81 (1999).
- [Hicheur et al. 2005] Velocity and Curvature in Human Locomotion along Complex Curved Paths : a Comparison with Hand Movements. *Exp. Brain Res.* 162 (2005).
- [Hicheur et al. 2006] Intersegmental Coordination During Human Locomotion : Does Planar Covariation of Elevation Angles Reflects Central Constraints. *J. Neurophysiol.* 96 (2006).
- [Hicheur, Berthoz 2005] How Do Humans Turn ? Head and Body Movements for the Steering of Locomotion. *Proc. IEEE Int. Conf. Human. Rob.* (2005).
- [Hreljac 2000] Stride Smoothness Evaluation of Runners and Other Athletes. *Gait Posture* 11 (2000).
- [Hwang, Ahuja 1992] A Potential Field Approach to Path Planning. *IEEE J. Rob. Auto.* 8 (1992).
- [Ivanenko et al. 2002] Two-Thirds Power Law in Human Locomotion : Role of Ground Contact Forces. *Neuro Report* 13 (2002).
- [Jordan, Wolpert 1999] Computational Motor Control. *The Cognitive Neuroscience*, MIT Press (1999).
- [Lacquaniti et al. 1983] The Law Relating the Kinematic and Figural Aspects of Drawing Movement. *Acta Psychol.* 54 (1983).
- [Laumond 1988] *L'Algorithmique du Mouvement en Robotique*. Colloque « Géométrie discrète, géométrie algorithmique, passage du discret au continu » (1988).
- [Laumond 1998] *Nonholonomic motion planning for mobile robots*. LAAS Report 98211 (1998).
- [Lozano-Perez, Wesley 1979] An Algorithm for Planning Collision-Free Paths among Polyhedral Obstacles. *Comm. of the ACM* 22 (1979).
- [Nocedal, Wright 1999] *Numerical Optimization*. Springer (1999).
- [Richardson, Flash 2002] Comparing Smooth Arm Movements with the Two-Thirds Power Law and the Related Segmented-Control Hypothesis. *J. Neurosci.* 22 (2002).
- [de'Sperati, Viviani 1997] The Relationship between Curvature and Velocity in Two-Dimensional Smooth Pursuit Eye Movements. *J. Neurosci.* 17 (1997).

- [Todorov, Jordan 1998] Smoothness Maximization Along a Predefined Path Accurately Predicts the Speed Profiles of Complex Arm Movements. *J. Neurophysiol.* 80 (1998).
- [Uno et al. 1989] Formation and Control of Optimal Trajectories in Human Multijoint Arm Movements : Minimum Torque-Change Model. *Biol. Cyb.* 61 (1989).
- [Vieilledent et al. 2001] Relationship between Velocity and Curvature of a Human Locomotor Trajectory. *Neurosci. Letters* 305 (2001).
- [Viviani, Flash 1995] Minimum-Jerk, Two-Thirds Power Law, and Isochrony : Converging Approaches to Movement Planning. *J. Exp. Psychol. Human.* 21 (1995).
- [Yashiro, Takada 2005] Model-Based Analysis of Jaw-Movement Kinematics Using Jerk-Optimal Criterion : Simulation of Human Chewing Cycles. *J. Electromyography and Kinesiology* 15 (2005).
- [Wann et al. 1988] Relation between Velocity and Curvature in Movement : Equivalence and Divergence between a Power Law and a Minimum-Jerk Model. *J. Exp. Psychol. Human.* 14 (1988).