

LASER

EIDD 2A GP

2024-2025

TD 7

Le laser dynamique (2) : Verrouillage de modes

CORRECTION

Exercice 1 : Principe du verrouillage de modes

On considère un signal constitué d'un grand nombre N de modes dont l'expression est

$$E(t) = \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} E_p e^{i(\omega_p t + \varphi_p)}$$

On considère que les modes sont régulièrement répartis autour d'une fréquence centrale ω_0 , i.e. $\omega_p = \omega_0 + p\omega_c$ avec $\omega_c = 2\pi/\tau_{RT}$, où τ_{RT} est le temps d'un aller retour dans la cavité **CE SONT LES RESONANCES DE LA CAVITE FP**. Pour simplifier, on considèrera ici que l'amplitude des modes est constante, c'est à dire $E_p = E_0$. On rappelle que l'intensité (moyennée sur une période de pulsation ω_0 est définie par $I = \frac{1}{2}n\varepsilon_0c|E(t)|^2$

- 1- On considère d'abord que les modes sont incohérents (phases φ_p aléatoires). Justifier que l'intensité obtenue soit en général de l'ordre de l'intensité moyenne $I_0 = \langle I \rangle$, que l'on exprimera en fonction notamment de N et E_0 .

Les modes sont incohérents, il n'y a pas d'interférences, tout se passe comme si il y avaient N modes indépendants superposés : $I_0 = NI_p = N n\varepsilon_0cE_0^2/2$

- 2- On suppose maintenant que les phases sont 'verrouillées', c'est à dire qu'elles vérifient la relation

$$\varphi_p = 0$$

pour tout entier p . On peut aussi obtenir le résultat recherché en prenant un verrouillage de la forme $\varphi_{p+1} - \varphi_p = \varphi$. Exprimer $I(t)$ en fonction de I_0 , N et ω_c et représenter graphiquement cette fonction.

On écrit

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 e^{i\omega_0 t} \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \left(e^{i\phi} \right)^p \quad \text{avec } \phi = \omega_c t \\ &= E_0 \left(\frac{1 - e^{iN\phi}}{1 - e^{i\phi}} e^{-iN\phi/2} e^{i\phi/2} \right) e^{i\omega_0 t} \\ &= E_0 \frac{e^{iN\phi/2} - e^{-iN\phi/2}}{e^{i\phi/2} - e^{-i\phi/2}} e^{i\omega_0 t} \\ &= E_0 \frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)} e^{i\omega_0 t} \\ \text{d'où } I(t) &= \frac{I_0 \sin^2(N(\omega_c t)/2)}{N \sin^2((\omega_c t)/2)} \end{aligned}$$

- 3- En déduire la dépendance de l'intensité maximum I_p en fonction de N .
 On a $I_p = \frac{I_0}{N} N^2 = NI_0$. L'intensité maximale obtenue est multipliée par le nombre de modes si jamais on les verrouille ! C'est quand ils sont tous en phase, ils interfèrent constructivement.
- 4- En utilisant le fait que la puissance moyenne du laser n'ait pas changé, en déduire une estimation de la largeur temporelle $\Delta\tau_p$ de l'impulsion.
 $\mathcal{E} = I_0\tau_{RT} \approx I_p\Delta\tau_p$ et $I_p = NI_0$ d'où $\Delta\tau_p \approx \tau_{RT}/N$.

Exercice 2 : Verrouillage de modes actif (AM ML)

Dans cet exercice, on étudie une technique de verrouillage de modes actif : la modulation d'amplitude (*Amplitude Modulation*, AM).

On considère le champ électrique (polarisé rectilignement) à l'intérieur d'une cavité laser dont l'expression est

$$E(t) = \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} E_p(t) = \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} E_p \cos(\omega_p t + \varphi_p)$$

avec $\omega_p = \omega_0 + p\omega_c$ et $\omega_c = 2\pi/\tau_{RT}$, où $\tau_{RT} = 2\ell/c$ est le temps d'un aller retour dans la cavité. On introduit près d'un des miroirs de la cavité un modulateur, un dispositif qui induit des pertes en amplitude variant périodiquement. Ainsi, l'amplitude du champ électrique est multipliée par

$$P(t) = \frac{1+\rho}{2} + \frac{1-\rho}{2} \cos \Omega t$$

où ρ est le coefficient de pertes en amplitude et Ω la fréquence de modulation.

- 1- Donner l'expression modifiée du champ $E_p(t)$ en tenant compte de l'ajout des pertes modulées.
 Il suffit d'écrire

$$E_p(t) = E_p P(t) = E_p \left(\frac{1+\rho}{2} \cos(\omega_p t + \varphi_p) + \frac{1-\rho}{2} \cos \Omega t \cos(\omega_p t + \varphi_p) \right)$$

- 2- Montrer que l'on peut mettre $E_p(t)$ sous la forme

$$E_p(t) = E_p \left(\frac{1+\rho}{2} \cos(\omega_p t + \varphi_p) + \frac{1-\rho}{4} \cos((\omega_p + \Omega)t + \varphi_p) + \frac{1-\rho}{4} \cos((\omega_p - \Omega)t + \varphi_p) \right)$$

Il faut développer la formule obtenue précédemment en utilisant $\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$

- 3- On considère le cas d'un laser à saturation homogène. Avant l'activation du modulateur, il n'y a qu'un seul mode amplifié présent dans la cavité : $E_{p \neq 0}(t < 0) = 0$. On allume la modulation d'amplitude à $t = 0$. Montrer que moyennant une condition sur Ω il est possible d'obtenir un régime verrouillé où pour tout p , $\phi_p = \phi_0$.

Si on part d'une seule bande E_0 , à chaque aller-retour dans la cavité on crée 2 side bands **accordés en phase** à $\omega_0 \pm \Omega$. Si $\Omega = \omega_c$, les bandes sont des fréquences de résonance de la cavité FP et elles restent (sinon elles sont détruites). On rajoute donc à chaque fois un couple de fréquence jusqu'à atteindre la largeur spectrale du gain. On a donc un peigne de fréquences aussi large que possible et surtout tout est en phase : les phases des side bands sont toutes ϕ_0 .

- 4- Représenter la fonction $P(t)$ en fonction du temps. Sur le même graphe, représenter l'impulsion générée. Donner une interprétation temporelle du phénomène (par opposition à la description spectrale qui vient d'être faite).

Il faut raconter la figure suivante (Svelto) : Le fait que $\Omega = \omega_c$ veut dire qu'on applique un filtre temporel à chaque AR en cavité. Si le pulse arrive en avance par ex (fig (b)), il sera amputé d'un côté et il s'affinera. À la fin il est accordé sur le lieu où il y a le moins de pertes, et aussi fin que la largeur spectrale de raie d'émission laser le lui permet (fig (c)), et le pulse se répète tous les $2\pi/\omega_c$ (fig (a)).

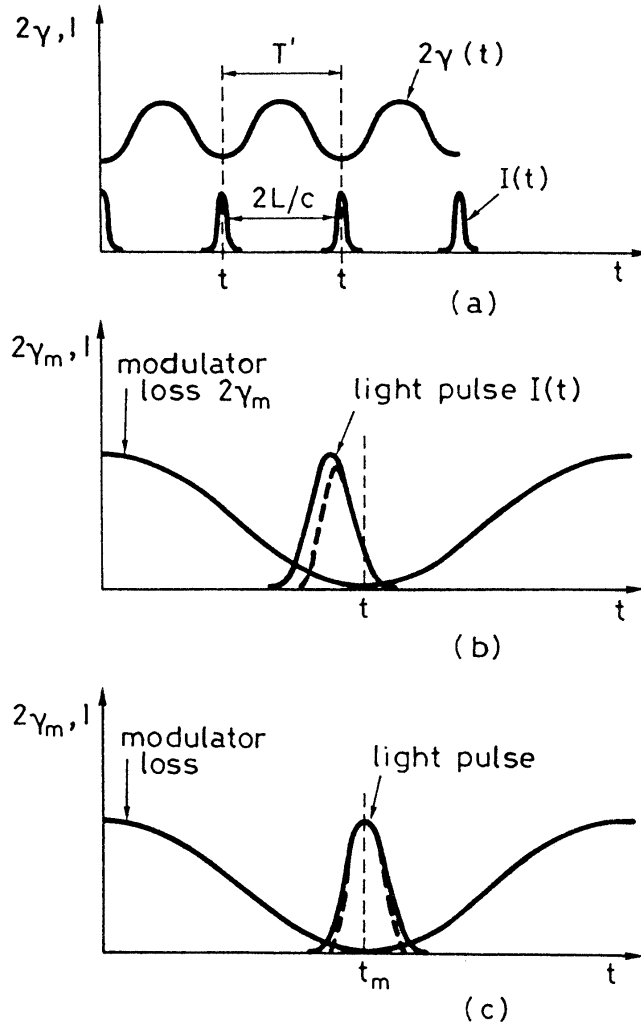


Figure 1: description temporelle du ML actif amplitude (AM).

- 5- Un traitement analytique de la situation décrite permet de donner une estimation de la durée de l'impulsion obtenue à l'aide de la formule suivante :

$$\Delta\tau_p = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{\pi} \sqrt[4]{\frac{2g_0}{\ln(1/\rho^2)}} \frac{1}{\sqrt{f_m \Delta\nu}}$$

avec

- g_0 le gain linéique intégré sur un trajet,
- $f_m = \Omega/2\pi$ la fréquence de modulation,
- $\Delta\nu$ la largeur de raie de la transition.

Faire l'application numérique pour un laser Nd:YAG ayant les caractéristiques suivantes : $\Delta\nu = 2.5$ GHz, longueur de cavité $\ell = 50$ cm, gain linéique intégré $g_0 = 0.12$, intensité de la modulation $\rho = 0.55$.

Le verdeyen trouve $\Delta\tau_p = 289$ ps. On devrait trouver pas loin mais pas exactement ça, car lui utilise un τ_{RT} différent de $2\ell/c$ car il prend en compte la modification due à la modulation. Pour les valeurs ici ça fait une différence de moins de 0.5 % donc je ne l'ai pas pris en compte ici. Le calcul détaillé est fait dans le Verdeyen et dans le Svelto (en annexe).

Faire un mot sur le cavity dumping : on met un très haut facteur de qualité pour avoir une impulsion hyper puissante en cavité, puis d'un coup on l'ouvre pour faire sortir toute la lumière d'un coup. On a le meilleur des deux : grand et petite transmission du miroir de sortie.

Exercice 3 : Verrouillage de modes passif (KLM)

Dans cet exercice, on étudie une technique de verrouillage de modes passif : le verrouillage de modes par lentille Kerr (*Kerr Lens Mode-locking*, KLM). C'est la technique qui a longtemps permis l'obtention des impulsions les plus courtes. Par exemple il est possible en utilisant un laser Ti:Sa de générer des impulsions à 800 nm de 3 fs de large !

Un milieu Kerr est un milieu dont l'indice varie avec l'intensité du champ électrique le traversant. On note l'indice d'un tel milieu $n = n_0 + n_2 I$, avec n_2 un coefficient positif. En général, cet effet très faible (n_2 est typiquement de l'ordre de 10^{-8} cm²/GW) mais dans le cas des lasers à impulsions courtes ayant des hautes intensités il peut devenir notable.

- 1- Pour une lentille plan-convexe de focale f , d'indice n et d'épaisseur maximale e_0 le profil d'épaisseur près de l'axe optique est

$$e(r) = e_0 - \frac{r^2}{2f(n-1)}$$

(fig. 2). Calculer le déphasage $\Delta\phi_\ell$ induit pour une onde se propageant entre $x = 0$ et $x = e_0$.

À r donné, le chemin optique est

$$\delta = n e(r) + 1 (e_0 - e(r))$$

d'où le déphasage

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} e_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} (n-1)e(r) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} n e_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{1}{2f} r^2 \end{aligned}$$

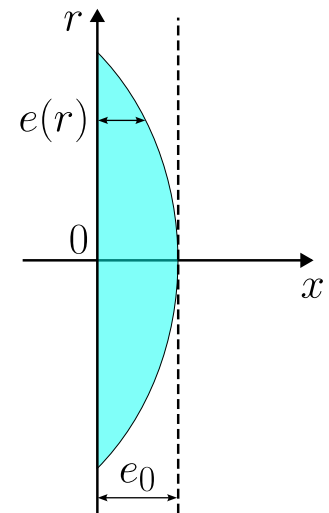


Figure 2: Profil d'épaisseur d'une lentille plan-convexe.

- 2- On considère maintenant un faisceau gaussien de rayon w ayant un profil transverse d'intensité $I(r) = I_p \exp(-2r^2/w^2)$. Donner le déphasage $\Delta\phi(r)$ subit par le faisceau lors de la traversée d'un milieu Kerr de longueur ℓ .

Le déphasage (pour la tranche de largeur dr du faisceau située à distance r de l'axe optique) est

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= k\ell = \frac{\omega}{c_0} n\ell \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_0 + n_2 I(r))\ell \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \ell + \frac{2\pi}{\lambda_0} \ell n_2 I_p e^{-r^2/w^2} \end{aligned}$$

- 3- En faisant un développement limité au premier ordre en r^2/w^2 (approximation paraxiale), montrer que $\Delta\phi$ est une fonction parabolique de r . En déduire que le milieu Kerr se comporte au premier ordre comme une lentille sphérique : on parle de lentille Kerr.

On utilise $e^x \approx 1 + x$ pour avoir

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} + \frac{2\pi}{\lambda_0} \ell n_2 I_p - \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{2n_2 I_p \ell}{w^2} r^2$$

Qui est bien de la forme $\Delta\phi = ar^2 + c$, c'est une parabole centrée sur l'axe. Au premier ordre, c'est aussi le déphasage dû à une lentille sphérique !

- 4- En déduire que la lentille Kerr est équivalente à une lentille convergente de focale

$$f = \frac{w^2}{4n_2 I_p \ell}$$

En égalant les deux expressions, on trouve $\frac{1}{2f} = \frac{2n_2 I_p \ell}{w^2}$, CQFD.

- 5- Comment varie la focale équivalente de la lentille Kerr avec l'intensité du faisceau ? Expliquer comment il est possible de créer des pertes ciblant les faisceaux peu intenses et ainsi de favoriser les impulsions puissantes à l'aide de dispositifs comme celui présenté figure 3.

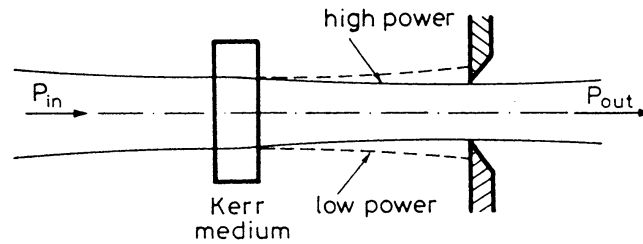


Figure 3: Dispositif induisant des pertes non-linéaires par autofocalisation Kerr (d'après O. Svelto, *Principles of Lasers*).

La vergence augmente avec l'intensité, donc un faisceau plus intense sera plus focalisé (plus petit waist). On peut donc 'couper' les faisceaux faibles pour favoriser ceux qui sont très puissants.

- 6- On considère une impulsion de waist $w = 50 \mu\text{m}$ et de puissance de crête $I_p = 150 \text{ kW}$ dans un cristal de Titane-Saphir ($\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$, pour lequel $n_2 = 3.45 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$) de 4 mm de long. Calculer la focale équivalente f .
On trouve $f = 24 \text{ cm}$.

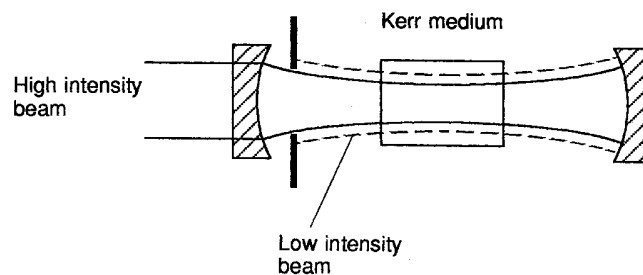


Figure 4: Exemple de comment mettre un modulateur d'amplitude NL à effet Kerr dans une cavité.

Exercice 4 : Solitons laser

Partie A : Approche qualitative : compensation dispersion/non-linéarités

1- Dispersion de la vitesse de groupe

On considère une impulsion lumineuse dont la représentation spectrale est un paquet d'ondes centré sur ω_0 de largeur $\Delta\omega$, se propageant dans un milieu d'indice n . Dans un milieu réel, l'indice n n'est a priori pas le même pour toutes les composantes fréquentielles : $n = n(\omega)$

- a) Rappeler la définition de la **vitesse de phase** v_p . Donner son expression pour une composante à la fréquence ω en fonction de ω et c et n .

$$v_p = \frac{\omega}{k} = c/n$$

- b) Rappeler la définition de la **vitesse de groupe** v_g . Donner son expression en fonction de $\beta_1 = \left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega_0}$. Que vaut la vitesse de groupe dans le cas non dispersif ($\frac{dn}{d\omega} = 0$) ?

$v_g = \frac{d\omega}{dk} = 1/\beta_1$. Dans le cas non dispersif, $v_g = v_p$ et l'impulsion se propage sans se déformer.

- c) On appelle **dispersion de la vitesse de groupe** (Group Velocity Dispersion, GVD) la quantité

$$\beta_2 = \left. \frac{d^2k}{d\omega^2} \right|_{\omega_0}$$

Quel est le lien entre β_2 et la vitesse de groupe ? Interpréter.

On a $\beta_2 = \frac{d(1/v_g)}{d\omega}$: Cette quantité traduit à quel point la vitesse de groupe varie au sein du pulse c'est à dire, pour un pulse suffisamment large spectralement, quelle va être la différence de vitesse de propagation des composantes rouge et bleu.

- d) On se place dans le cas où $\beta_2 > 0$ (dispersion normale). Comment se transforme une impulsion dans un tel milieu ? Et si $\beta_2 < 0$ (dispersion anormale) ?

La composante rouge est plus rapide et la composante bleue plus lente : le pulse va se chirper, c'est à dire se déformer de telle sorte que l'avant du pulse sera à plus basse fréquence et l'arrière à plus haute fréquence. Dans le cas de la dispersion anormale c'est l'inverse.

- e) En déduire que dans tous les cas une GVD non nulle tend à élargir temporellement une impulsion.

Les fréquences ne vont pas à la même vitesse donc forcément il va y en avoir en avance et en retard par rapport à la moyenne et donc un élargissement. Évidemment ça ne se remarque que sur les pulses très larges spectralement, i.e. très fins temporellement (moins d'une centaine de fs).

- 2- **Automodulation de phase** Dans cette question on ne considère plus la dispersion mais on se place un milieu présentant une non-linéarité de type Kerr, c'est à dire pour lequel $n = n_0 + n_2 I$ où I est l'intensité de l'impulsion et $n_2 > 0$.

- a) Sois une composante monochromatique de l'impulsion représentée par $E(z, t) = E_0 e^{i\phi(z, t)} = E_0 e^{i(\omega_0 t - kz)}$ avec $k = \frac{\omega_0}{c} n$. Donner l'expression de la phase instantanée $\phi(z, t)$, en faisant notamment apparaître l'intensité I .

$$\phi = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{c} n z = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{c} n_0 z - \frac{\omega_0}{c} n_2 I z$$

- b) En déduire l'expression de la fréquence instantanée $\omega = \frac{\partial \phi}{\partial t}$. Elle est identique au cas linéaire ? On appelle ce phénomène l'**automodulation de phase** (Self Phase Modulation, SPM).

$$\omega = \omega_0 - \frac{\omega_0}{c} n_2 z \frac{\partial I}{\partial t}$$

- c) Représenter le profil d'intensité en fonction du temps $I(t)$, en identifiant le front avant et arrière.

Attention, sur une représentation de l'impulsion en fonction de t , le front avant est à gauche et le front arrière à droite.

- d) Comment se transforme spectralement une impulsion dans un tel milieu ? Sur le front avant $\frac{\partial I}{\partial t} > 0$ donc $\omega < \omega_0$, l'impulsion s'élargit spectralement vers le rouge. De l'autre côté, vers le bleu.
- e) En déduire que la présence d'une non-linéarité Kerr tend à compresser temporellement une impulsion.
En s'élargissant spectralement le paquet d'onde se comprime temporellement : la NL a un effet rigidifiant.

- 3- À votre avis, quel peut être l'intérêt de placer dans une cavité laser à la fois des composants dispersifs et non-linéaires ? Comment doit-être la dispersion pour que le procédé soit efficace ? Les effets NL et dispersifs peuvent se compenser pour faire une impulsion stable. Il faut que la GVD soit **négative**, c'est adire se placer dans le cas de la **dispersion anormale** : L'avant du pulse s'élargit spectralement vers le rouge (SPM) et ralentit donc (GVD) tandis qu'à l'arrière ça devient bleu et donc ça accélère : au final tout va à la même vitesse.

Par contre si on a une GVD positive, l'avant du pulse s'élargit vers le rouge (SPM) et accélère (GVD) tandis que l'arrière, qui bleuit, ralentit : on élargit le pulse !

Partie B : Équation de Schrödinger non-linéaire

On considère dans cette partie une impulsion lumineuse centrée sur la fréquence ω_0 dont le champ électrique (polarisé rectilignement) s'écrit

$$E(z, t) = K A(z, t) E_0 e^{i\omega_0 t - k_0 z}$$

avec $K = 1/\sqrt{n_0 \varepsilon_0 \mathcal{A}_{\text{eff}}}$ et \mathcal{A}_{eff} l'aire effective occupée par le faisceau (pour un faisceau gaussien de rayon w , $\mathcal{A}_{\text{eff}} = \pi w^2$). Cette impulsion se propage dans un milieu comportant à la fois de la dispersion et une non-linéarité Kerr. On montre alors que l'équation régissant l'évolution de l'enveloppe est

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = i \gamma |A|^2 A \quad (1)$$

Où β_1 et β_2 sont les mêmes que définis précédemment et $\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c \mathcal{A}_{\text{eff}}}$. Le coefficient α rend compte des pertes subies par le faisceau.

On considèrera ici le cas sans perte d'énergie ($\alpha = 0$) avec dispersion anormale ($\beta_2 < 0$).

- 1- À quelle vitesse V se déplace l'impulsion ? Appliquer le changement de variables

$$\begin{aligned} Z &= z \\ T &= t - z/V \end{aligned}$$

et montrer que l'équation 1 prend la forme

$$i \frac{\partial A}{\partial Z} + \frac{|\beta_2|}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (2)$$

L'impulsion se déplace à la vitesse de groupe v_g , donc on remplace

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} &= \frac{\partial A}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial z} + \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial A}{\partial Z} - \frac{1}{V} \frac{\partial A}{\partial T} \\ \frac{\partial A}{\partial t} &= \frac{\partial A}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial T} \end{aligned}$$

et en prenant $V = v_g = 1/\beta_1$ on trouve ce qu'il faut.

- 2- L'équation obtenue est appelée **équation de Schrödinger non-linéaire** (NLS). Pourquoi à votre avis ? En vous appuyant sur cette analogie, à quoi peuvent ressembler ses solutions selon vous ?

Si on enlève le terme NL on tombe exactement sur Schrodinger pour une particule libre. Ça permet d'interpréter le terme NL comme un potentiel. Or il est potentiel à l'emplitude de la

fonction d'onde : Si au départ il est un peu creusé, les particules y sont attirées, augmentent la densité, ce qui creuse le puits de potentiel... On a donc une condensation (cette équation décrit aussi la condensation de Bose-Einstein, on l'appelle alors équation de Gross-Pitaevski). On s'attend donc à une solution dont l'amplitude est localisée à un endroit.

3- Montrer que la fonction

$$A(Z, T) = \frac{A_0}{\cosh(t/\tau)} e^{iZ/L}$$

est solution de 2, et en déduire notamment une relation entre τ et A_0 .

On a

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial Z} &= \frac{i}{L} A \\ \frac{\partial A}{\partial T} &= \frac{-1}{\tau} \tanh(t/\tau) A \\ \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} &= \frac{1}{\tau^2} \tanh^2(t/\tau) A - \frac{1}{\tau^2} \frac{1}{\cosh^2(t/\tau)} A \\ &= \frac{1}{\tau^2} \left(1 - \frac{2}{\cosh^2(t/\tau)} \right) A \end{aligned}$$

En injectant dans NLS on trouve deux équations, une sur la partie constante et l'autre sur celle en $1/\cosh^2(t/\tau)$. Au final :

$$\begin{aligned} L &= \frac{2\tau^2}{|\beta_2|} = \frac{2}{A_0^2 \gamma} \\ \tau^2 &= \frac{1}{A_0^2} \frac{|\beta_2|}{\gamma} \end{aligned}$$

4- Montrer que la largeur temporelle à mi-hauteur de l'impulsion vérifie $\Delta\tau_p = 1.76 \tau$
L'intensité est le carré du champ électrique, la hauteur à mi hauteur est donc telle que

$$|A(T = \Delta\tau_p/2)|^2 = \frac{A_0^2}{2}$$

soit $\Delta\tau_p/2 = \operatorname{argcosh}(\sqrt{2})\tau \approx 0.88137\tau$ d'où le résultat.

5- Quelle est l'unité de A ? En déduire la relation

$$\Delta\tau_p^2 = \frac{3.11}{\mathcal{P}_p} \frac{|\beta_2|}{\gamma}$$

où \mathcal{P}_p est la puissance de crête du faisceau.

A^2 est une puissance, c'est la puissance de l'impulsion. On a donc $\mathcal{P}_p = A_0^2$

6- Démontrer la relation

$$\Delta\tau_p = \frac{3.53}{\mathcal{E}} \frac{|\beta_2|}{\gamma}$$

où \mathcal{E} est l'énergie de l'impulsion.

On écrit l'énergie de l'impulsion

$$\begin{aligned} E &= \int_{-\infty}^{\infty} A(t) dt \\ &= A_0^2 \int \frac{dt}{\cosh^2(t/\tau)} \\ &= A_0^2 \tau \int \frac{du}{\cosh^2(u)} \\ &= \frac{1}{\tau} \frac{|\beta_2|}{\gamma} (\tanh(\infty) - \tanh(-\infty)) \\ &= \frac{2}{\tau} \frac{|\beta_2|}{\gamma} \end{aligned}$$

CQFD avec la relation entre $\Delta\tau_p$ et τ

7- L'approche précédente décrit bien la propagation d'un soliton dans un milieu homogène dispersif et non-linéaire (comme une fibre optique). En pratique en physique des lasers le milieu de propagation de la lumière varie, et l'obtention d'un soliton laser se fait en ajoutant dans la cavité des composants dispersifs (prismes, réseaux) et non-linéaires (cellules Kerr). La formule donnant la durée de l'impulsion est identique à cela près que

- la GVD β_2 est remplacée par le **décali de dispersion de groupe** (GDD) total sur un aller-retour, noté $\phi'' = \ell_D \beta_2$ où ℓ_D est la longueur optique des éléments dispersifs, et
- la constante de SPM γ est remplacée par le déphasage non-linéaire total sur un aller-retour par unité de puissance $\delta = \gamma \ell_{NL}$ où ℓ_{NL} est la longueur optique des éléments non-linéaires.

La formule devient donc

$$\Delta\tau_p = \frac{3.53}{\mathcal{E}} \frac{|\phi''|}{\delta}.$$

En déduire la durée de l'impulsion soliton obtenue avec un laser Titane-Saphir pour lequel $\phi'' = -200$ fs, $\delta \approx 10^{-6} \text{ W}^{-1}$ et $E \approx 50$ nJ.

Il suffit d'appliquer la formule, on trouve $\Delta\tau_p = 14$ fs.

Données :

$$\frac{d}{dx} \tanh(x) = 1 - \tanh^2(x) = \frac{1}{\cosh^2(x)}$$

Ref : Svelto (8.6.4.4. - Soliton-type of Mode-Locking) ; Agrawal *Non linear fiber optics*, Ch. 5