LASER

EIDD 2A GP

2024-2025

TD 6
Le laser dynamique (1) : Q-switching

Exercice 1 : Propriétés d'une impulsion générée par Q-switching

On étudie la dynamique d'un laser à quatre niveaux pompé continûment au cours d'un processus de Q-switching. En Fig. 1 sont représentés au cours du temps l'évolution des pertes totales en cavité L (paramètre contrôlé par l'opérateur) ainsi que de l'inversion de population D et du nombre de photons en cavité ϕ (réponse du laser). On cherche à dans cet exercice à caractériser l'impulsion lumineuse générée. On rappelle les équations d'évolution de D et ϕ :

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = W_p(N - D) - BD\phi - \frac{D}{\tau} \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = BDV_\mathrm{a}\phi - \frac{\phi}{\tau_c} \tag{2}$$

avec W_p le taux de pompe (supposé constant), N la population totale d'atomes, $B = \sigma c/V_\mathrm{a}$ le taux d'émission stimulée/absorption, τ le temps de vie (temps de fluorescence) du niveau de pompe et τ_c le temps de vie d'un photon en cavité.

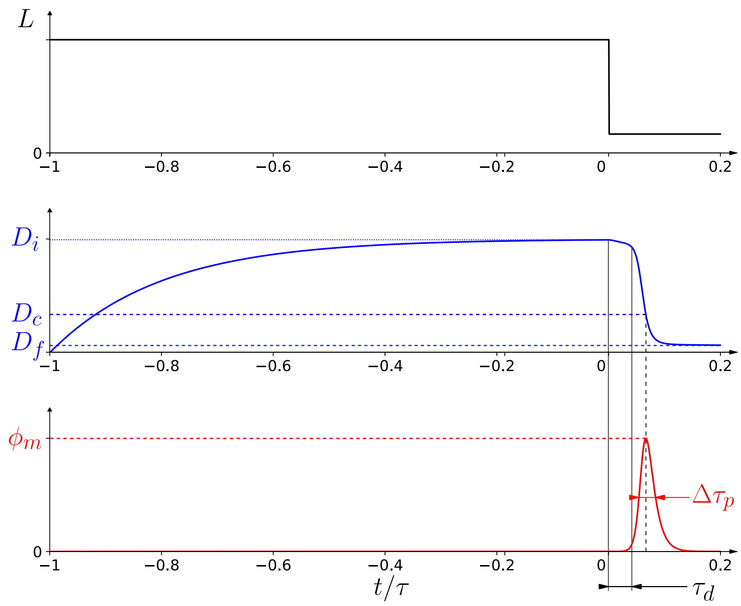

Figure 1: Dynamique d'un laser lors du procédé de Q-switching. En haut/milieu/bas : les pertes L, d'inversion de population D et le nombre de photons ϕ.

Aux temps $t < 0$, on pompe le laser jusqu'à ce que celui-ci atteigne sa valeur d'inversion de population stationnaire D_i. On suppose les pertes suffisamment élevées pour que D_i soit en dessus de D_c, l'inversion de population critique pour le taux de perte normal. À $t = 0$ on abaisse rapidement les pertes de la cavité (Q-switching). On pourra faire l'hypothèse que la dynamique du laser lors de ce processus est rapide par rapport au temps de fluorescence τ et au temps de pompage $1/W_p$.

1- A l'aide de l'équation (1), calculer D_i l'inversion de population stationnaire du laser à $t = 0$ au moment du Q-switching.

2- En appliquant les hypothèses proposées, montrez qu'on peut mettre les équations sous la forme

$$\dot{D} = -\frac{\phi}{V_\mathrm{a}\tau_c}\frac{D}{D_c} \tag{3}$$

$$\dot{\phi} = \frac{\phi}{\tau_c}\left(\frac{D}{D_c} - 1\right) \tag{4}$$

Où l'on explicitera et donnera une interprétation physique de D_c

3- Juste après la commutation des pertes et jusqu'à ce que ϕ prenne une valeur appréciable (par exemple $\phi_\mathrm{m}/10$), on peut raisonnablement supposer que l'inversion de population reste constante. En déduire l'expression de $\phi(t)$ (on supposera qu'à $t = 0^+$ un seul photon est présent dans la cavité).

4- Déterminer l'expression du temps de délai τ_d défini par $\phi(\tau_d) = \phi_\mathrm{m}/10$, en fonction notamment du **taux d'inversion** $r = D_i/D_c$. (bonus) En déduire une contrainte sur le temps de commutation $\Delta\tau_\mathrm{switch}$ pour que la modélisation effectuée ici soit adéquate.

5- Montrer que le nombre de photons en cavité pendant l'impulsion atteint son maximum lorsque $D = D_c$.

6- En prenant le rapport des équations (4) et (3), exprimer ϕ en fonction de D, D_i et D_c.

7- En déduire l'expression ϕ_m du nombre maximum de photons en cavité pendant l'impulsion. Montrer qu'elle prend la forme

$$\phi_\mathrm{m} = V_\mathrm{a} D_c (r - 1 - \ln r). \tag{5}$$

où r est le taux d'inversion précédemment défini.

On rappelle l'expression de la puissance de sortie d'un laser :

$$\mathcal{P} = T\frac{c}{2\ell}h\nu\phi \tag{6}$$

avec T la transmittance du miroir de sortie de la cavité, c la vitesse de la lumière dans le vide, ℓ la longueur optique de la cavité et $h\nu$ l'énergie d'un photon émis par le laser.

8- Donner l'expression de la puissance maximum $\mathcal{P}_\mathrm{m}$ de l'impulsion déclenchée par Q-switching.

9- En intégrant membre à membre l'équation (4), calculer l'énergie totale de l'impulsion $\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{P}(t)dt$ et montrer qu'elle peut s'écrire :

$$\mathcal{E} = T\frac{c}{2\ell}h\nu\tau_c V_\mathrm{a}(D_i - D_f) \tag{7}$$

Où D_f est l'inversion de population finale dans la cavité, après la génération de l'impulsion. Donner une interprétation simple de la formule précédente.

10- Déduire des expression de $\mathcal{P}_\mathrm{m}$ et $\mathcal{E}$ une expression approchée de $\Delta\tau_p$, la largeur temporelle de l'impulsion, en fonction du taux d'inversion $r = D_i/D_c$, du temps de vie en cavité τ_c et de la fraction de l'inversion utilisée $\eta_\mathcal{E} = \dfrac{D_i - D_f}{D_i}$. Interpréter cette dernière quantité.

11- Application numérique : Donner les caractéristiques (durée, puissance max, énergie) d'une impulsion Q-switchée dans un laser Nd:YAG ayant les propriétés suivantes : section efficace $\sigma = 1.25 \cdot 10^{-19}$ cm^{-2}, temps de vie en cavité $\tau_c = 10$ ns, temps de fluorescence $\tau = 355$ μs, longueur d'onde d'émission $\lambda = 1.064$ μm, volume de mode $V_\mathrm{a} = 7.85$ cm^3, longueur de cavité $\ell = 15$ cm, transmittance du miroir de sortie $T = 0.03$. On prendra $r = 10$ et on supposera $D_f \ll D_i$.