LASER

EIDD 2A GP

2024-2025

TD 4
Propagation de la lumière laser

Exercice 1 : Optique matricielle

En optique géométrique, à une cote donnée toutes les informations sur un rayon sont contenues dans deux scalaires : y (la distance à l'axe) et θ (l'angle d'inclinaison). Ces deux grandeurs sont affectées à chaque étape de la propagation du rayon (propagation libre, passage d'un milieu à un autre, réflexion sur un miroir...). Dans le cadre de l'approximation de Gauss, la relation entre y_2, θ_2 et y_1, θ_1 est linéaire, on peut donc toujours écrire

$$\begin{aligned} y_2 &= Ay_1 + B\theta_1 \\ \theta_2 &= Cy_1 + D\theta_1 \end{aligned} \quad \text{ou bien} \quad \begin{pmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$$

1- Retrouver l'expression de la matrice ABCD correspondant à

- La propagation libre sur une distance d
- Le passage d'un milieu n_1 à un milieu n_2 (en utilisant la loi de Snell-Descartes)
- Le passage à travers une lentille de focale f (en utilisant la relation de Descartes)

2- Toujours dans l'approximation de Gauss, en considérant cette fois ci une onde sphérique dont le centre est situé sur l'axe optique, montrer que le rayon de courbure peut s'exprimer au premier ordre $R = \dfrac{y}{\theta}$

3- En déduire la 'loi ABCD' qui relie les rayons de courbures de l'onde avant et après une transformation représentable par une matrice ABCD :

$$R_2 = \frac{A\,R_1 + B}{C\,R_1 + D}$$

Exercice 2 : Passage par une lame parallèle

On considère un faisceau lumineux (rayon de lumière au faisceau gaussien) se propageant à travers une distance d_1 dans l'air, puis passant par une lame à face parallèles d'indice n et d'épaisseur e, puis se propageant encore dans l'air sur une distance d_2.

1- Faire un schéma représentant la situation.

2- Écrire pour chaque transformation du faisceau (propagation, changement d'indice) la matrice ABCD correspondante.

3- Donner la forme de la matrice représentant la transformation totale. La longueur équivalente du trajet est-elle équivalente au chemin optique ?

Exercice 3 : Optique gaussienne

Soit une onde sphérique centrée en O sur l'axe Oz. On considère l'onde à un point M situé à une distance R du point O, abscisse z et à une distance r de l'axe (on a donc $R^2 = z^2 + r^2$. Le déphasage radial, qui rend compte de la courbure des surfaces d'onde, prend alors la forme $\Delta\varphi = \frac{k\,r^2}{2\,R}$

En optique gaussienne, l'onde lumineuse est une onde plane modulée par $\epsilon(r, z)$ avec

$$\epsilon(r, z) = A_0 \frac{w_0}{w} e^{i\varphi(z)} e^{ikr^2/2q(z)}$$

1- Expliquer pourquoi le paramètre du faisceau q est l'analogue complexe du rayon de courbure en l'optique géométrique.

2- En déduire pourquoi la grandeur $R(z) = \frac{1}{\mathrm{Re}(1/q(z))}$ est appelée rayon de courbure du faisceau

On a pour une onde dont le waist est situé en $z = 0$, $R(z) = \frac{{z_R}^2}{z} + z$

3- Comment évolue ce rayon de courbure du faisceau en fonction de la position du waist ?

4- Comment interpréter la partie imaginaire de $1/q$?

5- En déduire la forme de la 'loi ABCD' pour un faisceau gaussien qui relie les paramètres de faisceaux de l'onde avant et après une transformation représentable par une matrice ABCD

Exercice 4 : Modification du waist d'un faisceau

On considère un faisceau gaussien dont le waist w_0 est situé au foyer d'une lentille mince de distance focale f.

1- Faire un schéma représentant la situation.

2- Déterminer où se trouve le waist ${w_0}'$ du faisceau émergent de l'autre côté de la lentille.

3- En déduire la relation liant w_0 et ${w_0}'$

4- Pour l'expérience de télémétrie laser Lune, on souhaite agrandir le waist d'un faisceau laser. Le waist initial est de 7 mm, et le premier étage d'amplification est un système afocal constitué de deux lentilles de focales 74 et 168 mm. Déterminer la taille du faisceau sortant de ce système.

Exercice 5 : Une cavité plan-convexe

On considère un faisceau gaussien dont le waist w_0 est situé au niveau d'un miroir plan. À une distance d du miroir est situé un miroir sphérique de courbure R.

1- Faire un schéma représentant la situation.

2- Quelle est la matrice ABCD représentant un trajet d'un aller-retour dans la cavité, en partant du miroir plan ?

3- Pour que la cavité soit dite stable, il faut qu'après un aller-retour le faisceau se superpose à lui même (notamment, le waist doit être de même taille et au même endroit). En déduire une relation nécessaire entre R et d.

4- Pourquoi dit-on que pour qu'une cavité soit stable, il faut que la courbure du miroir 'épouse' celle du faisceau ?

Exercice 6 : Condition générale de stabilité d'une cavité

On considère une cavité au sein de laquelle un aller-retour à partir d'un plan de référence est décrit par une matrice ABCD.

1- Sous quel critère sur les coefficients A, B, C et D cette cavité est-elle stable ?

2- En utilisant le fait que les matrices ABCD sont de déterminant unitaire ($AD - BC = 1$), retrouver la forme de la condition de stabilité

$$-1 < \frac{A+D}{2} < 1$$

3- Cette condition étant supposée vérifiée, exprimer le rayon de courbure du faisceau et sa longueur de Rayleigh au plan de référence en fonction des coefficients A, B, C, D.

4- Application : Déterminer sous quelle condition une cavité en anneau de longueur L dans laquelle est placée une lentille de focale f est stable. Trouver le rayon de courbure du faisceau avant et après la lentille. Montrer que le waist est situé à une distance $L/2$ de la lentille.