Exercices d'électromagnétisme (2)

Grégoire Le Lay

AIPC 2024-2025

Comment utiliser ce document

Dans ce document, pour chaque partie les exercices ont été divisés en trois catégories :

- les *exercices de cours* sont des exercices simples qu'il faut savoir faire "sans réfléchir". Ils tournent autour de notions incontournables, il est très important de savoir les faire le jour des écrits (et des oraux !) ;
- les *exercices classiques* sont des exercices standards qui permettent de développer des notions classiques et présenter des techniques utiles ;
- enfin les *exercices d'approfondissement*, plus difficiles, permettent de mettre en application les notions d'électromagnétisme dans des exercices plus complexes ou plus calculatoires.

Point méthode en électromagnétisme : Propagation

- Utiliser les équations de Maxwell + conservation de la charge ;
- obtenir une relation de dispersion et calculer k : réel ? Imaginaire pur ? Complexe ?
- Si atténuation : sur quelle distance ?
- Si propagation : quelle vitesse de phase ? de groupe ?

Point méthode en électromagnétisme : Ondes électromagnétiques

À partir de l'expression du champ électrique (ou magnétique)

- Interpréter la phase : vecteur d'onde, géométrie des surfaces d'onde, dispersion ;
- interpréter la norme de l'amplitude : atténuation, anisotropie, modulation ;
- interpréter la direction de l'amplitude : polarisation ;
- calculer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting : anisotropie, propagation de l'énergie.

Transformateurs — Machines

Exercices de cours

Exercice 21 : Le transformateur (1)

Cet exercice a pour but de détailler le fonctionnement d'un transformateur électrique. Ceux-ci sont par exemple utilisés par EDF en bout de ligne, d'un côté pour élever la tension électrique de la tension de production (6000 V) à la tension de transport (300 kV), puis à l'autre extrémité pour abaisser successivement cette tension jusqu'à la tension d'utilisation (230 V ou 380 V).

Le transformateur est constitué d'un matériau ferromagnétique (le noyau) sur lequel sont bobinés deux conducteurs en cuivre :

- circuit primaire : n_1 spires, tension u_1, intensité i_1,
- circuit secondaire : n_2 spires, tension u_2, intensité i_2

Le noyau est un matériau ferromagnétique présentant la perméabilité relative μ_r la plus élevée possible pour mieux concentrer les lignes de champ. Nous considérerons pour l'étude du transformateur idéal

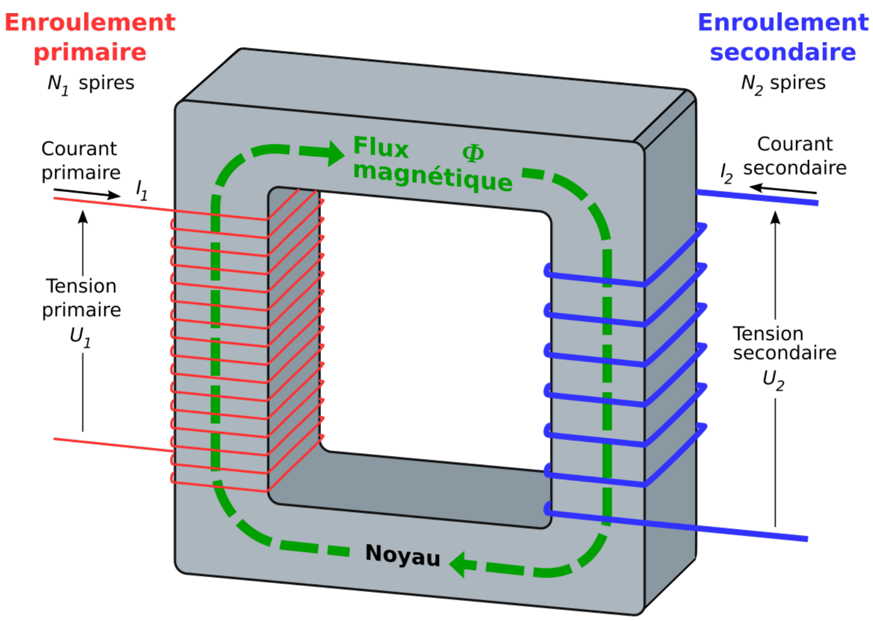


Figure 1: Transformateur torique et conventions d'orientation. (schéma Wikipédia)

certaines hypothèses :

- le noyau est de perméabilité μ_r, supposé linéaire, homogène et isotrope (milieu LHI), et cette perméabilité est suffisamment importante pour que l'on puisse négliger les pertes de flux : les lignes de champ magnétique sont guidées parle milieu magnétique ;
- l'enroulement en cuivre est supposé parfaitement conducteur (i.e. pas de pertes par effet Joule),
- le noyau magnétique est torique de rayon R et de section Σ. De plus on le suppose sans fuites magnétiques (les lignes de champs sont assimilables à des cercles concentriques). Enfin on suppose $\Sigma \ll R$ afin de pouvoir considérer les champs uniformes sur une section.

1- Justifier à partir des hypothèses que le flux $\phi(\theta)$ du champ magnétique à travers une section du tore est une constante : $\phi(\theta) = \phi$.

2- En appliquant consciencieusement la loi de Faraday, écrire les relations entre la tension u_1 et le flux magnétique ϕ. Faire de même pour u_2.

3- En déduire une relation entre u_1 et u_2 en faisant apparaître le rapport de transformation $m = n_2/n_1$

Exercice 22 : Transport d'énergie électrique

On considère le transport d'énergie électrique dans des câbles.

1- Rappeler l'expression des pertes Joule aux bornes d'une résistance en fonction de la valeur de la résistance R et de l'intensité la parcourant I

2- Expliquer pourquoi il est intéressant de transporter la puissance électrique à travers des câbles de résistance fixée à la tension la plus élevée possible

3- En triphasé, l'électricité est transportée à travers 3 câbles, chacun de résistance R, parcourus par une intensité I. Quelle est la puissance perdue par effet Joule ?

4- En monophasé, l'électricité est transportée à travers 2 câbles, chacun de résistance $R/3$, parcourus par une intensité $3I$. Quelle est la puissance perdue par effet Joule ?

5- En monophasé, les câbles ont une résistance trois fois inférieure car ils doivent être parcourus par des courants trois fois supérieurs, et ont donc une section trois fois plus grande. En appellant S_0 la section d'un câble en triphasé, exprimer la section totale des câbles utilisés en triphasé et en monophasé

6- Conclure sur les avantages comparés du triphasé par rapport au monophasé au niveau du transport de puissance à tension égale.

Exercices classiques

Exercice 23 : Le transformateur (2)

On considère le même transformateur que précédemment

1- En appliquant le théorème d'Ampère à un contour adapté, donner la relation entre $H = |\mathbf{H}|$, i_1 et i_2 (on rappelle que l'excitation magnétique est définie comme $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0\mu_r$)

2- En déduire une expression du flux du champ magnétique ϕ à travers une section du tore en fonction notamment de i_1 et i_2.

3- On introduit la grandeur $\mathcal{R} = 2\pi R/(\mu_0\mu_r\Sigma)$ appelée réluctance. Écrire le système d'équations différentielles liant u_1, u_2, i_1 et i_2 sous la forme

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \mathcal{M}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

4- Comment interpréter les différents termes de la matrice $\mathcal{M}$?

5- Le modèle du transformateur parfait correspond au cas $\mu_r \to \infty$. Quelle est alors la relation entre i_1 et i_2

6- Écrire les puissances instantanées pour chacun des côtés du transformateur. Quel est le rendement du transformateur parfait ?

7- Considérons que l'on connecte une impédance Z au circuit secondaire. Quelle sera l'impédance équivalente vue depuis le primaire ?

8- Dans cette question on suppose qu'on alimente le circuit primaire par une source de tension sinusoïdale d'amplitude e_0 et de résistance interne r. Le circuit secondaire est connecté à une charge résistive R. Quelle valeur de m maximise la puissance dissipée dans la charge ?

9- Dans cette question on suppose que le transformateur n'est plus parfait ($\mu_r \neq \infty$) et que le circuit secondaire est ouvert. Exprimer dans ce cas le courant dans le circuit primaire i_1 et en déduire que de la puissance est dissipée dans le transformateur.

Exercice 24 : Machine synchrone

On modélise une machine synchrone de la manière suivante : Dans une enceinte cylindrique d'axe Oz règne un champ magnétique tournant (*champ statorique*) $\mathbf{B}_s(t)$. Ce champ est produit par trois bobines décalées de $2\pi/3$ émettant des champ alternatifs d'amplitude B_S à la fréquence ω_S. L'expression du champ tournant résultant est alors

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_s &= \frac{3}{2}B_S(\cos(\omega_S t)\mathbf{u}_x + \sin(\omega_S t)\mathbf{u}_y) \\ &= \frac{3}{2}B_s\mathbf{u}_s \quad \text{avec} \quad \mathbf{u}_s = \cos(\omega_S t)\mathbf{u}_x + \sin(\omega_S t)\mathbf{u}_y\end{aligned}$$

Dans ce *stator* on place un *rotor*, modélisé par un moment magnétique $\mathbf{M}(t)$ de norme M contenu dans le plan Oxy et tournant autour de l'axe z à la vitesse angulaire ω_R. À $t = 0$, on considère que $\mathbf{M}$ fait un angle α avec Ox, où α est appelé *retard de phase*.

1- Exprimer $\mathbf{M}(t)$

2- Rappeler l'expression du couple $\mathbf{\Gamma}$ auquel est soumis un moment magnétique $\mathbf{M}$ dans un champ $\mathbf{B}$

3- En déduire le couple $\Gamma_z = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{u}_z$ exercé par le champ statorique sur le rotor.

4- Montrer que ce couple n'est de moyenne non nulle que si $\omega_R = \omega_S$. Expliquer l'appellation "moteur synchrone"

On suppose désormais le synchronisme assuré. Le rotor est soumis à un couple résistif $\mathbf{\Gamma}_r = -\Gamma_r \mathbf{u}_z$.

5- Donner les différents points d'équilibre possible du système. Combien y-a-t-il de points stables ?

Exercices d'approfondissement

Exercice 25 : Le transformateur (3)

Fin du sujet de l'agreg interne 2024 : partie III.2 (questions 38 à 58)

DIPÔLES OSCILLANTS — ANTENNES

Exercices de cours

Exercice 26 : Dipôle électrique oscillant

On considère un dipôle électrique orienté dans la direction z, oscillant au cours du temps : son moment dipolaire instantané est

$$\mathbf{p}(t) = p_0 \cos(\omega t)\mathbf{e}_z$$

avec $p_0 > 0$.

On se place en coordonnées sphériques de centre O, d'axe Oz ($\mathrm{O}\vec{z}$). La base de projection considérée est alors $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$ avec θ l'angle polaire (colatitude).

On se place dans l'approximation dipolaire ainsi que dans la zone de rayonnement et les expressions des champs rayonnées sont alors

$$\mathbf{C}_1 = -\frac{p_0}{4\pi\epsilon_0\ r\ c^2}\,\omega^2\ \sin\theta\ \cos\Big(\omega\ \Big(t - \frac{r}{c}\Big)\Big)\,\mathbf{e}_\theta$$
$$\mathbf{C}_2 = -\frac{p_0}{4\pi\epsilon_0\ r\ c^3}\,\omega^2\ \sin\theta\ \cos\Big(\omega\ \Big(t - \frac{r}{c}\Big)\Big)\,\mathbf{e}_\phi$$

1- Rappeler en quoi consiste l'approximation dipolaire ainsi que la zone de rayonnement

2- Identifier en utilisant les deux expressions des champs $\mathbf{C}_1$ et $\mathbf{C}_2$ lequel est le champ électrique $\mathbf{E}$ et lequel est le champ magnétique $\mathbf{B}$. Donner le plus possible d'arguments pour justifier votre réponse.

3- Justifier chacune des affirmations suivantes :

- Les champs rayonnés respectent les invariances des sources
- Le rayonnement est anisotrope
- La diminution de l'amplitude des champs est compatible avec la conservation de l'énergie

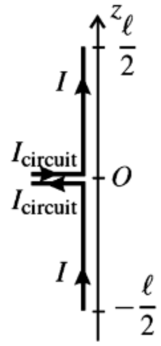
4- En utilisant le fait que la lumière du ciel soit émise par rayonnement dipolaire après excitation des moléculaires d'air par la lumière solaire, expliquer la différence de polarisation de la lumière du ciel selon la direction dans laquelle on regarde

5- (moins classique) En considérant que la lumière réfléchie par une diélectrique est dûe au rayonnement dipolaire des atomes de la surface excités par la lumière incidente, expliquer géométriquement l'origine de l'angle de Brewster.

Exercices classiques

Exercice 27 : Antenne

On considère une antenne hertzienne de taille ℓ alimentée en son milieu par un circuit qui délivre l'intensité



$$I_{\text{circuit}}(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

Dans l'antenne, l'intensité dépend de z et du temps. On suppose qu'elle est nulle aux deux extrémités de côte $z = \pm\frac{\ell}{2}$. On fait aussi l'hypothèse simplificatrice que le courant dans l'antenne vaut

$$I(z) = I_{\text{circuit}}(t) \left(1 - 2\frac{|z|}{\ell}\right)$$

1- Quelle doit être la condition sur ℓ pour que cette antenne puisse-t-être étudiée dans le cadre des dipôle électriques oscillants ?

2- En utilisant la loi locale de conservation de la charge

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = 0$$

déterminer la densité linéique de charge $\lambda(z,t)$ le long du fil en $z > 0$ et en $z < 0$.

3- En déduire que cette antenne est assimilable à un dipôle dont le moment dipolaire s'écrit sous la forme

$$\mathbf{p} = p_0 \cos(\omega t + \psi)\, \mathbf{e}_z$$

avec p_0 et ψ à préciser.

Exercices d'approfondissement

Exercice 28 : Dipôle électrique oscillant, diffusion Rayleigh

- Agrégation interne 2006, épreuve de physique, parties **B** (électron élastiquement lié), **C** (ondes électromagnétiques dans le vide), **D** (champ rayonné par un dipôle oscillant), **E** (application à l'électron) et **F** (diffusion Rayleigh).
- Agrégation externe 2013, composition de physique, partie **IV.1** (rayonnement dipolaire), **IV.2** (dipôle tournant)

Ondes électromagnétiques

Exercices de cours

Exercice 29 : Onde plane

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide dont le champ électrique correspondant est de la forme $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_x$.

1- Rappeler les équations aux dérivées partielles auxquelles sont soumis les champs électriques et magnétiques dans le vide.

2- Quelle est la direction, le sens et la vitesse de propagation de cette onde ? Quel type d'onde est-ce ?

3- Exprimer le vecteur d'ondes $\vec{k}$ et le champ magnétique $\vec{B}$

4- Donner quelques exemples numériques de valeurs de ω en précisant pour chacune le type d'onde électromagnétique associée.

5- Expliquer les termes « plane » et « monochromatique ». Une onde plane est-elle nécessairement monochromatique ? Inversement, une onde monochromatique peut-elle être non plane ?

6- L'onde étudiée ici est transverse. Expliquer ce terme. Une onde plane peut-elle ne pas être transverse ?

7- Rappeler la signification physique du vecteur de Poynting et calculer sa valeur moyenne sur une période.

8- On suppose que cette onde rayonne à travers une surface effective $S = 4$ mm^2 une puissance moyenne $P = 10$ mW (valeur typique pour un laser de classe III.b). Calculer les amplitudes E_0 et B_0 des champs électriques et magnétiques.

On superpose à l'onde précédente une seconde onde dont l'expression est $E_0 \sin(\omega t - kz)\vec{u}_y$.

9- Écrire le champ électrique total résultant de la superposition. Pourquoi appelle-t-on une telle onde « circulaire » ?

10- On passe en notation complexe : on écrit $\mathbf{E} = \mathrm{Re}(\underline{\mathbf{E}})$. Donner le champ $\underline{\mathbf{E}}$ pour les deux cas traités dans cet exercice. Quel est l'intérêt de cette notation, et quelles en sont les limites ?

11- Déterminer le champ magnétique $\underline{\mathbf{B}}$ et le vecteur de Poynting associés.

Exercice 30 : Pression de radiation

On considère une onde plane progressive monochromatique de fréquence ω dont l'amplitude du champ électrique est E_0 se propageant dans le vide dans la direction Ox depuis $-\infty$, arrivant sur le plan $x = 0$ délimitant le demi espace $x > 0$ occupé par un objet.

1- Donner l'amplitude du champ magnétique correspondant à cette onde, ainsi que le flux surfacique d'énergie lui étant associé.

2- Exprimer la quantité d'énergie arrivant sur une surface S de l'objet pendant un temps $\mathrm{d}t$

On peut aussi considérer la lumière comme un flux homocinétique de photons de densité n, de vitesse c et d'énergie $\hbar\omega$.

3- En utilisant le résultat de la question précédente, donner la densité n de photons correspondant à l'onde étudiée

4- En déduire le flux surfacique de quantité de mouvement transmise par l'onde électromagnétique

5- En supposant que la surface est un miroir parfait, exprimer la *pression de radiation* exercée sur l'objet par la lumière

6- Que se passe-t-il si la surface est parfaitement noire (absorbante) ? Blanche (diffusante) ?

Pour une approche purement électromagnétique (non-corpusculaire), voir composition AEPC 2013 parties **III.1** et **III.2**.

Exercice 31 : Réflexion sur un plasma

On considère une onde électromagnétique se propageant selon l'axe Ox depuis $-\infty$. Dans le demi-espace $x > 0$ règne un plasma avec une densité d'ions n. Les ions ont une masse m_i et à chaque ion correspond un électron libre de charque q_e et de masse m_e.

1- À l'intérieur du plasma, justifier

- Que l'on ne considère que le mouvement des électrons
- Que l'on ne considère que l'action du champ électrique sur les électrons

2- En prenant en compte ces hypothèses, écrire l'équation du mouvement d'un électron libre dans le plasma

3- En utilisant les équations de l'électromagnétisme, donner l'équation d'évolution de la densité locale du plasma ρ.

4- Le champ électrique associé à l'onde incidente prend la forme

$$\mathbf{E} = E_0 \cos(\omega t - kx)\mathbf{e}_y$$

comment décrire cette onde ?

5- Montrer que le maintien de la neutralité locale du plasma sous l'action de l'onde est assuré si $\omega \neq \omega_\mathrm{p}$ où l'on exprimera la *pulsation plasma* et on en donnera une interprétation

6- Calculer ω_p pour l'ionosphère terrestre, pour laquelle la densité d'électrons est $n \approx 10^{11}$ m^{-3}

On considérera pour la suite que $\omega \neq \omega_\mathrm{p}$.

7- À partir des équations de Maxwell, établir que la relation de dispersion de l'onde à l'intérieur du plasma peut s'écrire sous la forme

$$k^2 = \frac{\omega^2 - {\omega_\mathrm{p}}^2}{c^2}$$

8- On considère dans un premier temps que $\omega > \omega_\mathrm{p}$

a) Quelle est la structure de l'onde dans le plasma ?

b) Calculer la vitesse de phase et la vitesse de groupe de l'onde à l'intérieur du plasma. Commenter.

9- On considère maintenant le cas $\omega < \omega_\mathrm{p}$

a) Quelle est la structure de l'onde dans le plasma ? Comment appelle-t-on ce type d'ondes ?

b) Donner l'expression du champ électrique à l'intérieur du plasma.

c) Calculer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting à l'intérieur du plasma. Interpréter.

Exercices classiques

Exercice 32 : Propagation guidée

On considère une plaque métallique d'épaisseur d et de normale $\mathbf{e}_z$ dans le vide. Cette plaque est percée d'une ouverture carrée de côté a. Un OPPH électromagnétique polarisée selon $\mathbf{e}_x$ arrive depuis $-\infty$ sur la plaque qui commence en $z = 0$.

1- Rappeler les propriétés électromagnétiques d'un conducteur parfait et les conditions aux limites auxquelss ont soumis les champs électriques et magnétiques.

2- On cherche à déterminer le champ $\vec{E}$ se propageant dans l'ouverture. Justifier qu'on le cherche sous la forme

$$\vec{E}(x, y, z) = E_0 f(x, y) e^{i(\omega t - kz)} \mathbf{e}_x$$

3- En utilisant l'équation de Maxwell-Gauss, préciser la dépendance de f en x.

4- Quelle est l'équation de propagation vérifiée par $\vec{E}$? En déduire l'équation différentielle vérifiée par f.

5- Quelles sont les conditions aux limites pour $\vec{E}$?

6- En déduire que les fonctions f possibles appartiennent à une famille de fonctions (f_n) indexées par un entier n.

On considère par la suite le cas $n = 1$.

7- Exprimer le champ magnétique dans l'ouverture.

8- À quelle condition sur a et f l'onde se propage-t-elle ?

9- Que se passe-t-il si cette condition n'est pas respectée ? On introduira une longueur caractéristique pertinente δ.

Un four à micro-ondes est une enceinte parallélépipédique dans laquelle tous les côtés sont en métal sauf celui servant de fenêtre, qui consiste en une vitre en plexiglass à laquelle est accolée une grille métallique. À l'intérieur de l'enceinte règne une quantité importante d'ondes électromagnétiques de fréquence $f = 2.45$ GHz.

10- Donner la taille minimale de l'intérieur d'un four à micro-ondes, ainsi que la taille maximale des trous dans la grille d'observation.

11- Sachant que les trous dans la grille d'observation sont approximativement de côté $a = 1$ mm, estimer l'épaisseur minimale de la plaque accolée à la fenêtre. Sachant que cette épaisseur est souvent de l'ordre de 2 mm, sommes-nous en sécurité ?

Exercice 33 : Effet de peau dans un conducteur réel

On considère un conducteur réel (ou conducteur ohmique) de conductivité électrique $\sigma \approx 10^7$ S/m occupant le sous espace $x > 0$. Une onde électromagnétique de fréquence visible ou radio arrive depuis $-\infty$ en incidence normale sur le conducteur.

1- Justifier au vu de la fréquence de l'onde que la loi d'Ohm reste valable, c'est-à-dire que le conducteur reste localement neutre.

2- Montrer que dans l'équation de Maxwell-Ampère le courant de déplacement peut être négligé devant le courant de conduction.

3- Écrire les équations de Maxwell simplifiées dans un conducteur ohmique excité en basse fréquence et en déduire que l'équation de propagation pour le champ électrique eput se mettre sous la forme

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{0}$$

Dans quel contexte rencontre-t-on usuellement cette équation ?

4- En partant de l'équation de propagation, établir la relation de dispersion complexe pour l'onde dans le conducteur.

5- Définir l'épaisseur de peau δ et donner son interprétation physique

6- Donner l'expression du champ magnétique puis la moyenne temporelle du vecteur de Poynting dans le conducteur

7- Montrer que la décroissance de l'énergie transportée par l'onde $\langle \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\Pi} \rangle_t$ correspond à la puissance volumique dissipée par effet Joule $\langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle_t$

Exercice 34 : Loi de Cauchy

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu transparent d'indice n régit par la loi de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

où A et B sont des constantes dépendant du matériau.

1- Quelle est la vitesse de phase de l'onde considérée ?

2- Quelle est sa vitesse de groupe v_g ?

3- En considérant que $B/\lambda^2 \ll A$, exprimer v_g au premier ordre non nul en k

4- Comment varie cette vitesse avec la fréquence de la lumière étudiée ? Comment évolue une impulsion lumineuse initialement blanche au fur et à mesure qu'elle progresse dans le milieu ?

Exercices d'approfondissement

Exercice 35 : Biréfringence — lame quart d'onde

On considère une lame biréfringente d'épaisseur e et de normale $\mathbf{e}_z$. Biréfringente signifie que la propagation de lumière polarisée reclitignement selon l'axe Ox est caractérisée par un indice n_x ; tandis que la propagation d'une onde polarisée selon l'axe Oy est caractérisée par un indice n_y. La lame est transparente et non absorbante. Les axes Ox et Oy sont appelés *lignes neutres* de la lame.

1- On suppose $n_x < n_y$. Expliquer pourquoi la ligne neutre Ox est appelée *axe rapide* alors que Oy est appelée *axe lent*.

2- À l'entrée de la lame, en $z = 0$, on considère une onde électromagnétique en incidence normale sous la forme d'une OPPH de longueur d'onde λ_0 dans le vide dont le champ électrique s'écrit en $z = 0$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$$

Une fois dans la lame, quelle est l'équation différentielle vérifiée par chacune des composantes du champ électrique ?

3- Donner la forme de $\vec{E}$ en sortie de la lame, en utilisant la notation $\bar{n} = n_y + n_x$ et $\Delta n = n_y - n_x$.

4- Exprimer $\vec{E}_0$ si l'onde incidente est polarisée selon $\mathbf{e}_x$. Caractériser l'état de polarisation en sortie de la lame.

On se place maintenant dans le cas où l'épaisseur e de la lame vérifie $\frac{\omega}{c}(n_y - n_x)e = \frac{\pi}{2}$.

5- Exprimer $\Delta n\, e$ en fonction de λ_0. Interpréter cette quantité. Justifier l'appellation *lame quart d'onde* pour ce type d'objets.

6- On considère le cas $\vec{E}_0 = E_0\left(\frac{\mathbf{e}_x}{\sqrt{2}} + \frac{\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}\right)$. Quelle est l'état de polarisation de la lame en entrée ? Faire un schéma. Que devient cet état en sortie de lame ?

7- L'onde incidente est maintenant polarisée circulairement Comment est alors $\vec{E}_0$? Que devient la polarisation en sortie de lame ?

8- On place, sur un miroir plan l'ensemble constitué d'un polarisateur rectiligne P et d'une lame quart d'onde L. L'axe du polariseur est selon une bissectrice des lignes neutres de Q. Qu'observe-t-on à travers l'ensemble P+L+miroir ?

Exercice 36 : Loi de Biot

On considère la propagation d'une OPPH électromagnétique dans un milieu optiquement actif occupant l'espace $z > 0$. Dans ce milieu, les ondes se propagent différemment en fonction de leur polarisation, ici les ondes polarisées circulairement gauches et droites se propagent avec des indices n_g et n_d. On considère une OPPH se propageant dans la direction Oz, polarisée rectilignement selon $\mathbf{e}_x$ en $z = 0$.

1- Montrer que l'onde incidente, dans le vide ($z < 0$) peut s'écrire comme la superposition de deux ondes polarisées circulairement gauche et droite.

2- Quelle est la polarisation de l'onde en z quelconque, $z \geq 0$?

3- Une substance est dite *dextrogyre* si une onde initialement polarisée vers le haut (pour un observateur en face d'elle) tourne 'vers la droite' d'un angle $\theta > 0$, si elle tourne dans l'autre sens on dit que la substance est *lévogyre*. Comment se traduit la différence entre ces deux milieux en fonction du signe de $\Delta n = n_g - n_d$?

4- Par analogie avec la loi de Beer-Lambert pour l'absorbance, donner la forme de la loi de Biot qui donne l'angle de rotation du plan de polarisation d'une onde lumineuse à travers une solution en fonction de la longueur de la cuve ℓ, de la concentration de la solution c et du pouvoir rotatoire spécifique du composé $[\alpha]$, dont on précisera l'unité.

Exercice 37 : Onde électromagnétique longitudinale

On étudie la propagation dans un plasma peu dense d'une onde électromagnétique dont le champ électrique s'exprime $\vec{E} = \vec{E_0} \cos\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right)$.

1- Établir l'équation du mouvement d'un électron, de masse m_e et associé à la densité n_e, en faisant les approximations qui sembleront nécessaires.

2- Que dire du mouvement des ions ?

3- Montrer que la conductivité σ du plasma pour cette onde est complexe et en donner une expression.

On considère que la densité locale du plasma ρ est non nulle.

4- En utilisant l'équation locale de conservation de la charge, établir une nouvelle expression de la conductivité σ.

5- En déduire la pulsation de l'onde obtenue.

6- Montrer que le champ magnétique $\vec{B}$ associé à cette onde est nul dans tout le plasma. En déduire la direction de $\vec{k}$. Quel type d'onde est-ce ?