

Devoir de rentrée

MPSI Lycée Camille Jullian

1er septembre 2025

Ce devoir est destiné à tester votre connaissance du programme de Terminale (essentiellement du programme de Spécialité, mais comme vous avez tout fait Maths Expertes l'an dernier, il y a aussi quelques questions portant sur les complexes). Le principe en est très simple : 20 questions, 20 points, un point par question. Attention toutefois : une question non traitée rapporte évidemment 0 point, mais une question traitée incorrectement **enlève un demi-point**, histoire de vous habituer à avoir confiance en vous quand vous faites un calcul.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\ln(x+2) + \ln(x-2) \leq 2\ln(2)$.
2. Les nombres 84 et 189 sont-ils premiers entre eux ?
3. Simplifier au maximum l'expression $A = \frac{3\sqrt{4000}}{2\sqrt{1440}}$.
4. Donner l'énoncé de la relation de Pascal sur les coefficients binomiaux.
5. Résoudre l'équation différentielle $y' = 2y - 3$.
6. Résoudre l'équation $\sin(x) = \frac{1}{2}$ (on donnera bien sûr **toutes** les solutions réelles de cette équation).
7. Combien existe-t-il de suites géométriques réelles (u_n) vérifiant $u_2 = 2$ et $u_7 = -12$?
8. Donner l'énoncé précis du théorème des gendarmes (ou théorème d'encadrement) pour les suites.
9. On considère dans l'espace le triangle ABC dont les sommets ont pour coordonnées dans un repère orthonormal $A(2, -1, -1)$, $B(0, 3, 1)$ et $C(-3, 0, 4)$. Le triangle ABC est-il rectangle ?

10. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x^2 - 4| > 2$.
11. Donner la dérivée de la fonction $f : x \mapsto \frac{2}{x^3}$.
12. Donner la forme algébrique et la forme exponentielle du nombre complexe $z = \frac{2}{1-i}$.
13. Étudier la convexité de la fonction $f : x \mapsto xe^x$.
14. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$.
15. Une urne contient trois boules blanches et sept boules noires. On effectue dans cette urne cinq tirages successifs d'une boule **avec remise** de la boule tirée après chaque tirage. Combien de boules blanches va-t-on tirer en moyenne ?
16. Pour la même expérience aléatoire que dans la question précédente, quelle est la probabilité de tirer exactement deux boules blanches lors des cinq tirages ?
17. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^x + 3e^{-x} = 4$.
18. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction cosinus sur une de ses périodes.
19. Donner une équation cartésienne de la droite du plan passant par le point $A(-1, 2)$ et perpendiculaire à la droite (d) d'équation $y = 2x + 3$.
20. Calculer à l'aide d'une intégration par parties $I = \int_1^e x^2 \ln(x) \, dx$.