Programme de colle n° 4

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 06/10 au 10/10 2025

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 3 : Fonctions usuelles.

- Généralités sur les fonctions :
 - parité (les symétries par rapports à des points autres que l'origine ou des axes verticaux autres que l'axe des ordonnées ont été citées mais ne sont pas officiellement au programme), périodicité
 - obtention de la courbe de $x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x + a)$, $x \mapsto f(a - x)$, $x \mapsto af(x)$, $x \mapsto f(ax)$ à partir de celle de f (le concept d'affinité orthogonale n'est pas au programme, une description intuitive suffit)
 - monotonie d'une fonction, sens de variation d'une somme ou d'une composée de fonctions monotones
 - formulaire de dérivation (rien n'a été démontré, et la définition de la dérivée comme limite de taux d'accroissement à peine évoquée, il s'agit simplement de donner des outils de calcul pour l'instant), y compris la dérivée générale d'une composée et la dérivée d'une réciproque, lien entre signe de la dérivée et sens de variation de la fonction, équation de la tangente à une courbe en un point
 - dérivées d'ordre supérieur, notation $f^{(n)}$, fonctions de classe D^k , $\mathcal{C}^k$ ou $\mathcal{C}^\infty$ sur un intervalle, lien entre signe de la dérivée seconde et la convexité, inégalités de convexité $\ln(x) \leq x - 1$ et $e^x \geq x + 1$
 - théorème de la bijection continue
- fonctions logarithmes, exponentielles et puissances :
 - logarithme népérien : définition comme primitive de la fonction inverse, **règles de calcul** (on doit notamment savoir démontrer la formule $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ à l'aide d'un calcul de dérivée), limites et courbe représentative
 - exponentielle de base e : définition comme réciproque de $\ln$, règles de calcul, limites et courbe représentative
 - logarithmes et exponentielles de base quelconque : définition, variations et allures de courbes
 - fonction puissances : définition par récurrence des puissances entières positives d'un réel, règles de calcul, parité, limites et allure des courbes représentatives des fonctions correspondantes ; définition des racines n -èmes sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{R}^+$ selon la parité de n comme réciproques des puissances entières, allures de courbes ; définition de x^a comme égal à $e^{a \ln(x)}$ lorsque a est un réel « quelconque », variations et limites des fonctions correspondantes

- résultats de croissances comparées, limites classiques de taux d'accroissement (notamment $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$)
- exemples d'équations ou d'inéquations faisant intervenir les fonctions logarithmes, exponentielles et puissances
- fonctions hyperboliques sh, ch et th : définition, dérivée, tableau de variation, courbe, **formule** $\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$ (qui est la seule formule de trigonométrie hyperbolique au programme)
- fonction partie entière : définition, courbe (aucun exercice technique faisant intervenir des parties entières n'a été traité en classe)

Chapitre 4 : Trigonométrie.

- rappels de trigonométrie classique :
 - définition du cercle trigonométrique et des lignes trigonométriques (sinus, cosinus, tangente) d'un réel à partir du cercle
 - valeurs remarquables des lignes trigonométriques pour les angles $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ (**on doit être capable de les démontrer à partir de figures géométriques simples**)
 - propriétés de périodicité et symétries des fonctions trigonométriques (en particulier les formules pour $\cos(\pi - x)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, ainsi que leurs équivalents pour les autres lignes trigonométriques)
 - formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
 - **formules d'addition, formules de duplication**
- les formules de triplication et formules de transformation somme-produit ne sont **PAS** au programme cette semaine, et on n'aura encore que très peu pratiqué la résolution d'équations trigonométriques en début de semaine.
- les courbes des fonctions circulaires et surtout l'étude de leurs réciproques ne sera également au programme que la semaine prochaine.

Prévisions pour la semaine suivante : tout le chapitre 4.