

Devoir de rentrée

MPSI Lycée Camille Jullian

2 septembre 2024

Ce devoir est destiné à tester votre connaissance du programme de Terminale (essentiellement du programme de Spécialité). Le principe en est très simple : 20 questions, 20 points, un point par question. Attention toutefois : une question non traitée rapporte évidemment 0 point, mais une question traitée incorrectement **enlève un demi-point**, histoire de vous habituer à avoir confiance en vous quand vous faites un calcul.

1. Donner une primitive de la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$.
2. Simplifier au maximum l'expression suivante : $A = \frac{\sqrt{768}}{\sqrt{432}}$.
3. Une suite géométrique (u_n) vérifie $u_2 = 3$ et $u_4 = 6$. Quelle(s) valeur(s) peut prendre le terme u_3 ?
4. Que vaut $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} - 3 \frac{x}{\ln(x)}$?
5. Citer deux fonctions usuelles solutions de l'équation différentielle $y'' + y = 0$.
6. Donner l'énoncé précis du théorème des valeurs intermédiaires.
7. Calculer à l'aide d'une intégration par partie l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(x) dx$.
8. Résoudre sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$ l'inéquation $\sin(x) \leq \frac{1}{2}$.
9. Calculer l'inverse du nombre complexe $z = 2 - 3i$.

10. Combien y a-t-il d'entiers naturels inférieurs à 30 qui sont des nombres premiers ?
11. Donner une équation du plan passant par le point $A(1, 2, 3)$ et de vecteur normal $\vec{u}(-1, 1, 2)$.
12. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $|x^2 - 3x + 1| = |x^2 + 2x - 2|$.
13. Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto 2 \ln(x) - x$ en son point d'abscisse 1.
14. Que vaut $\cos\left(\frac{209\pi}{6}\right)$?
15. Dans une classe constituée d'un tiers de filles et de deux tiers de garçons, 80% des filles et 60% des garçons adorent les maths. Si on choisit au hasard un élève dans cette classe, quelle est la probabilité qu'il adore les maths ?
16. Calculer (et simplifier si possible) la dérivée de la fonction $f : x \mapsto x \ln(x^2)$.
17. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $e^{2x} + 2e^x - 8 = 0$.
18. Donner l'espérance et la variance d'une variable aléatoire suivant une loi binômiale de paramètre (n, p) .
19. Simplifier au maximum l'expression $\frac{2x + 1}{x^2 - 4} + \frac{x^2 + 2}{x - 2}$.
20. Un carré est découpé en quatre parties égales par les médiatrices de ses côtés. On veut colorier les quatre quarts de carré de façon à ne pas avoir deux carrés adjacents de la même couleur (les carrés qui n'ont qu'un coin en commun ne sont pas adjacents). De combien de façons différentes peut-on le faire si on dispose de trois couleurs différentes (bleu, jaune, rouge, par exemple) pour colorier nos carrés ?