

# Devoir de rentrée

MPSI Lycée Camille Jullian

1er septembre 2022

Ce devoir est destiné à tester votre connaissance du programme de Terminale (essentiellement du programme de Spécialité). Le principe en est très simple : 20 questions, 20 points, un point par question. Attention toutefois : une question non traitée rapporte évidemment 0 point, mais une question traitée incorrectement **enlève un demi-point**, histoire de vous habituer à avoir confiance en vous quand vous faites un calcul.

1. Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'intégrale  $I = \int_1^2 x e^{-x} dx$ .
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2x^2 - 5x + 3 = 0$ .
3. Donner une primitive de la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{x^3}$ .
4. Alice et Bob choisissent chacun au hasard (indépendamment l'un de l'autre) un nombre entier compris entre 0 et 5 (0 et 5 étant tous les deux inclus dans les choix possibles). Quelle est la probabilité qu'ils aient choisi le même nombre ?
5. Simplifier au maximum l'expression suivante :  $A = \frac{(5^2 \times 10^{-5})^3}{(5 \times 10^{-3})^5} \times \left(\frac{10^2}{5}\right)^2$ .
6. Énoncer le théorème des gendarmes (ou théorème d'encadrement) de convergence pour les suites.
7. Mettre sous forme algébrique le nombre complexe  $z = \frac{3 - 4i}{2 - i}$ .
8. Calculer (et simplifier) la dérivée de la fonction  $f : x \mapsto \frac{\sin(x) + \cos(x)}{\sin(x) - \cos(x)}$ .
9. Calculer une primitive de la fonction  $f : x \mapsto \frac{\sin(x) + \cos(x)}{\sin(x) - \cos(x)}$ .

10. Simplifier au maximum l'expression suivante :  $A = (5\sqrt{3} - 7\sqrt{2})(7\sqrt{2} + 5\sqrt{3})$ .
11. Donner les solutions de l'équation différentielle  $y' + 2y = 0$ .
12. Dans une classe de 36 élèves, les deux tiers des élèves sont des filles. La moitié des filles de classe adore les hippopotames, mais seulement un tiers des garçons les adorent (les hippopotames, pas les filles). On choisit un élève de la classe au hasard, cet élève adore les hippopotames. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une fille ?
13. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ .
14. Les deux vecteurs de l'espace  $\vec{u}(1, 3, -2)$  et  $\vec{v}(4, -2, -1)$  sont-ils orthogonaux ?
15. Citez tous les cas de calculs de limites faisant apparaître une forme indéterminée (sous une forme théorique du genre «  $\frac{+\infty}{-\infty}$  »).
16. La suite  $(u_n)$  est géométrique et vérifie  $u_4 = 2$  et  $u_6 = 8$ . Que vaut  $u_0$  ?
17. Déterminer module et argument du nombre complexe  $z = 1 - i\sqrt{3}$ .
18. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $|3x - 1| \geq 2$ .
19. Rappeler la formule de d'addition donnant  $\cos(a + b)$  en fonction des cosinus et sinus de  $a$  et de  $b$ .
20. Calculer rigoureusement  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{\ln(x)}$ .