

# Programme de colle n° 30

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 12/06 au 16/06 2023

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 25 : Séries numériques (et familles sommables).

- Vocabulaire : série de terme général  $u_n$  (usuellement notée  $\sum u_n$ , la somme partielle étant notée  $S_n$ ), convergence, somme d'une série, reste d'indice  $n$  de la série (normalement noté  $R_n$ ).
- Séries à termes positifs : majoration, comparaison (via inégalité, équivalence ou  $O$ ), linéarité du calcul de somme, **comparaison série-intégrale**.
- Séries à termes quelconques (et séries complexes) : séries absolument convergentes, critère spécial des séries alternées.
- Séries de référence : séries de Riemann, équivalent de la somme partielle  $H_n$  de la série harmonique, **séries géométriques et géométriques dérivées**, séries exponentielles, exemples de calculs de sommes de séries via télescopage.
- Familles sommables : cas des familles de réels positifs (la famille est sommable si et seulement si l'ensemble des sommes de sous-familles finies admet une borne supérieure, appelée somme de la famille ; dans le cas contraire,  $\sum_{i \in I} x_i = +\infty$ ), théorème de sommation par paquets (on doit notamment être capable d'écrire une « somme double infinie » sous la forme de « somme de diagonales »  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{k=0}^n x_{k,n-k}$ ), règles de calcul sur les familles sommables (linéarité, changement d'indices, théorème de Fubini, familles produits).
- Familles sommables de nombres réels quelconques et de nombres complexes : définition de la sommabilité (la famille  $|z_i|$  doit être sommable), règles de calcul (les mêmes que ci-dessus), produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.

Si on est en forme, il est autorisé de compléter la colle par un exercice portant sur n'importe quel thème vu au cours de l'année (façon oral blanc). Les élèves ayant eu un devoir bilan il y a quelques jours, ils seront forcément au point...