

Programme de colle n° 20

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 13/03 au 17/03 2023

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 15 : Dénombrement

- Cardinal d'un ensemble fini : définition et notations (sont acceptés : $\text{Card}(E)$, $|E|$ ou $\sharp E$), propriétés élémentaires ($|\overline{A}| = |E| - |A|$, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$, la formule du crible générale n'est pas à connaître mais les élèves doivent être capables de l'énoncer dans le cas d'une union de trois ou quatre ensembles).
- Listes, arrangements et combinaisons :
 - définition des p -listes d'un ensemble E , dénombrement des p -listes, exemple fondamental des tirages successifs avec remise dans une urne
 - définition des arrangements de p éléments d'un ensemble, dénombrement des arrangements comme quotient de factorielles, exemple fondamental des tirages successifs sans remise dans une urne, cas particulier des permutations des éléments d'un ensemble, dénombrement des anagrammes d'un mot
 - définition des combinaisons comme sous-ensembles à p éléments d'un ensemble fini, dénombrement des combinaisons à l'aide des coefficients binômiaux, exemple fondamental des tirages simultanés dans une urne

Chapitre 16 : Espaces vectoriels.

- Définitions et exemples d'espaces et de sous-espaces vectoriels.
- Caractérisation des sous-espaces vectoriels (au choix : non vide et stable par somme et produit extérieur, ou non vide et stable par combinaisons linéaires).
- Familles de vecteurs :
 - Combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs, sous-espace vectoriel engendré par une famille, notation Vect et exemples d'utilisation (notamment pour les solutions de systèmes linéaires homogènes)

- Familles génératrices, familles libres et liées (notion de dépendance linéaire entre vecteurs), bases, coordonnées et composantes d'un vecteur dans une base
- Intersection de sous-espaces vectoriels, somme et somme directe de sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels supplémentaires, caractérisation à l'aide de bases (F et G sont supplémentaires si et seulement si l'union d'une base de F et d'une base de G donne une base de E).
- la dimension n'a pour l'instant été vue que de façon purement intuitive, aucun résultat théorique n'est donc à connaître sur ce sujet.
- n'importe quel résultat facile du chapitre pourra être posé en guise de question de cours (par exemple montrer que $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est un sous-espace vectoriel, ou que l'intersection de deux sous-espaces vectoriels reste un sous-espace vectoriel).

Prévisions pour la semaine suivante : espaces vectoriels (avec la dimension).