

# Programme de colle n° 13

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 09/01 au 13/01 2023

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 9 : Suites numériques.

- Compléments sur la structure de l'ensemble  $\mathbb{R}$  : droite achevée  $\overline{\mathbb{R}}$ , intervalles de  $\mathbb{R}$ , voisinages d'un élément de  $\mathbb{R}$  ou de  $\overline{\mathbb{R}}$  (notions définies pour éclairer les définitions ultérieures sur les limites mais qui ne sont jamais réellement exploitées en pratique ; j'ai également profité de l'occasion pour donner un peu de vocabulaire topologique : ouvert, fermé, intérieur, adhérence), sous-ensembles denses de  $\mathbb{R}$ , densité de  $\mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$ .
- Notations générales sur les suites (terme général, terme d'indice  $n$  d'une suite, on fera évidemment attention à ne pas confondre  $u_n$  et  $(u_n)$ ), différents types de définition possibles d'une suite (formule explicite, relation de récurrence simple, double ou pire, définition implicite).
- Vocabulaire général sur les suites (suites monotones, suites majorées, minorées, bornées, stationnaires).
- Suites usuelles :
  - suites arithmétiques : définition par récurrence, **formule explicite pour le terme général**, monotonie, **sommes partielles**
  - suites géométriques : définition par récurrence, formule explicite, monotonie, sommes partielles
  - suites arithmético-géométriques : équation de point fixe associée, calcul du terme général de la suite (on doit vérifier à chaque fois que la suite auxiliaire définie par  $v_n = u_n - \alpha$  est géométrique)
  - suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : équation caractéristique, formules pour le calcul du terme général (l'analogie avec les équations différentielles, tout comme dans le cas des suites arithmético-géométriques, a été soulignée, mais aucune connaissance n'est exigible dans le cas de « seconds membres » pour ces équations, les élèves devront être guidés si vous souhaitez poser ce genre d'exercices)
- Limites de suites :
  - définition des limites (finies et infinies) « avec des  $\varepsilon$  », exemples très simples de manipulation
  - **unicité de la limite**
  - sous-suites, convergence des sous-suites d'une suite convergente, si les deux sous-suites  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  convergent vers une même limite  $l$  alors  $(u_n)$  converge vers  $l$
  - **théorème de convergence monotone**, théorème de Bolzano-Weierstraß

- résultats classiques sur les manipulations des limites (sommes, produits, inverse, on peut demander **la démonstration de la limite d'une somme ou d'un produit dans le cas de limites finies**), limites de suites arithmétiques et géométriques
- les résultats classiques du type croissance comparée ont été évoqués sans être réellement revus, mais ils sont bien sûr censés être maîtrisés par les élèves
- le théorème des gendarmes et les suites adjacentes seront au programme la semaine prochaine (mais rien n'empêche de les faire intervenir dans un exercice).

Prévisions pour la semaine suivante : suites (complet), arithmétique.