

Interrogation Écrite n° 6

MPSI Lycée Camille Jullian

5 avril 2023

Énoncé :

1. Calculer un DL à l'ordre 2 en 0 de $f(x) = e^{\sqrt{4+x}}$.
2. Calculer un DL à l'ordre 3 en 0 de $g(x) = (1 - x \sin(x))^{\frac{1}{x}}$.
3. Effectuer une étude locale au voisinage de $+\infty$ de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{\ln(1 + \ln(1 + \frac{1}{x}))}$.
4. Montrer que la fonction g définie par $g(x) = 2x + \sin(x)$ est bijective et calculer un DL à l'ordre 3 en 0 de sa réciproque g^{-1} .
5. On pose $h(x) = x + \ln(x)$.
 - (a) Montrer que l'équation $h(x) = n$ admet une unique solution, qu'on notera désormais u_n , pour tout entier naturel n .
 - (b) Déterminer la monotonie et la limite de la suite (u_n) .
 - (c) Donner un équivalent simple de u_n , puis un développement asymptotique à deux termes de u_n .