

Interrogation Écrite n° 2

MPSI Lycée Camille Jullian

20 octobre 2022

Énoncé :

1. Donner la valeur du cosinus et du sinus de l'angle $\frac{89\pi}{6}$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2\cos^2(2x) - 3\cos(2x) = -1$.
4. Simplifier l'expression suivante : $\sin(3\arctan(x))$.
5. Calculer la dérivée de la fonction définie par $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$ (on donnera le résultat sous la forme la plus simple possible).
6. (a) Calculer la somme $\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k k$ (on pourra par exemple séparer les termes d'indice pair des termes d'indice impair).
(b) Montrer par récurrence que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n (-1)^k k = \frac{(-1)^n(2n+1) - 1}{4}$, retrouver à l'aide de cette formule le résultat du calcul précédent.