Leonhard Euler

1707-1783

Sa vie.

Leonhard Euler, peut-être le plus grand mathématicien de l'histoire, est né en Suisse dans une famille relativement modeste (son père est pasteur) mais amie des grands acteurs de la vie scientifique suisse de l'époque, les frères Bernoulli. C'est ainsi que les dons précoces du jeune Euler sont rapidement repérés, puis qu'il s'exile avant d'avoir 20 ans à Saint-Petersbourg où officiaient déjà les fils de Jean Bernoulli. Bien que le développement des sciences en Russie ne soit pas encore au niveau de celui des principales capitales européennes, Euler se fait rapidement une place dans l'Académie des Sciences de Saint-Petersbourg et, tout en ayant une activité professionnelle frénétique (ce sera le cas toute sa vie), construit aussi une vie familiale équilibrée en Russie (il y épouse une exilée suisse avec qui il aura 13 enfants, dont la majorité mourront en bas âge). Il quitte toutefois la Russie pour s'installer à Berlin en 1741, où il écrira ses articles et livres les plus importants. Il finira par retourner en Russie pour les dernières années de sa vie, lassé du peu d'intérêt du souverain Frédéric le Grand pour les mathématiques (ce dernier préférait la philosophie, et laissait une place nettement plus importante dans sa cour aux philosophes français, Voltaire en tête, qu'il y a fait venir, qu'au mathématicien Euler dont il ne comprend guère les travaux). Une anecdote célèbre veut d'ailleurs que, sommé par Voltaire de lui prouver l'existence de Dieu, Euler ait répondu : « $e^{i\pi} + 1 = 0$, donc Dieu existe ». La formule reste considérée comme l'une des plus fascinantes des mathématiques (faisant intervenir les deux opérations les plus essentielles, leurs éléments neutres 0 et 1 et les trois constantes mathématiques les plus fondamentales e, i et π). Bien que devenu complètement aveugle, Euler continuera à produire des documents mathématiques de première importance avec une régularité impressionnante jusqu'à sa mort en 1783, à Saint-Petersbourg où il est enterré.

Son oeuvre.

L'apport d'Euler à pratiquement tous les domaines des mathématiques (et un peu de physique en complément) est immense. Il a énormément écrit toute sa vie, plus souvent sous forme d'articles et de lettres que de livres, et on considère aujourd'hui que la publication de l'intégralité de ses oeuvres remplirait plusieurs dizaines de livres qui pourraient tous être considérés comme des classiques. En mathématiques, Euler a notamment grandement participé au développement du calcul infinitésimal (à la suite des frères Bernoulli) et en particulier à celui du calcul des séries numériques (de façon amusante, Euler, qui était pourtant un mathématicien rigoureux, usait souvent d'astuces de calcul complètement injustifiables pour parvenir à ses fins). C'est lui par exemple qui a obtenu le premier la valeur de $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$. Il a également contribué au développement de ce qu'on appelle aujourd'hui la théorie des nombres (études des propriétés des nombres entiers) en la reliant à l'analyse via l'étude de la fonction ζ. Il a également démontré ou infirmé les nombreux résultats affirmés sans démonstration par Pierre de Fermat un siècle plus tôt. Euler est aussi célèbre pour avoir initié ce qu'on appelle aujourd'hui théorie des graphes en résolvant le problèmes des ponts de Königsberg (dont le but était de savoir s'il était possible de créer un chemin passant une et une seule fois par chacun des sept ponts de la ville pour revenir à son point de départ).

Sa postérité.

Le nom d'Euler est associé à bien trop de notions et formules mathématiques pour qu'on puisse toutes les citer, mais parmi les plus importantes se trouvent :

- la constante e qui a été nommée par Euler, est parfois appelé **constante d'Euler**. Il existe une autre constante importante qui lui doit son nom, la **constante d'Euler-Mascheroni** γ, égale à la limite de $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n)$.
- l'**identité d'Euler** $e^{i\pi+1} = 0$. Dans le domaine des nombres complexes, on citera aussi les **formules d'Euler** $\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$ et $\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$.
- la **fonction indicatrice d'Euler**, qui donne le nombre d'entiers premiers avec un entier n donné, et intervient dans l'énoncé du **théorème d'Euler**, qui généralise un résultat de congruence du à Fermat.
- la **droite d'Euler** et le **cercle d'Euler**, constructions géométriques classiques dans un triangle (la droite d'Euler est celle reliant le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit dans un triangle quelconque).
- la **caractéristique d'Euler** (ou d'Euler-Poincaré) est un invariant numérique permettant de classifier des objets selon leur forme. Par exemple, tous les polyèdres convexes ont une caractéristique d'Euler égale à 2, ce qui se traduit par l'égalité « sommets - arêtes + faces = 2 ».
- la **méthode d'Euler** de résolution approchée des équations différentielles, que nous avons évoquée en cours.
- l'**équation d'Euler-Lagrange** qui joue un rôle fondamental dans les problèmes de minimisation de fonctions à plusieurs variables. Le principe de Fermat (la lumière suit le plus court chemin, en ligne droite dans un milieu homogène) en est un cas particulier.