

# Devoir de rentrée

MPSI Lycée Camille Jullian

1er septembre 2021

Ce devoir est destiné à tester votre connaissance du programme de Terminale (essentiellement du programme de Spécialité, deux questions seulement portent sur les nombres complexes). Le principe en est très simple : 20 questions, 20 points, un point par question. Attention toutefois : une question non traitée rapporte évidemment 0 point, mais une question traitée incorrectement **enlève un point**, histoire de vous habituer à avoir confiance en vous quand vous faites un calcul.

1. Au menu de la cantine, chaque élève a le choix entre trois entrées, puis entre deux plats principaux, et enfin entre quatre desserts. Combien de menus différents notre élève peut-il constituer en prenant une entrée, un plat principal et un dessert ?
2. Même question si notre élève prend une entrée, un plat principal et **deux** desserts (nécessairement différents).
3. Calculer l'intégrale  $I = \int_1^e x \ln(x) dx$  à l'aide d'une Intégration Par Parties.
4. Une classe de 25 élèves est constituée de 15 garçons et 10 filles. On sait que la probabilité qu'un garçon adore les maths est de 0.4 alors que la probabilité qu'une fille adore les maths est de 0.6. Quelle est la probabilité qu'un élève (garçon ou fille) choisi au hasard dans la classe adore les maths ?
5. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $|2x - 3| \geq 5$ .
6. Exprimer le nombre  $\ln(96)$  en fonction de  $\ln(2)$  et de  $\ln(3)$ .
7. Calculer la dérivée de la fonction  $f : x \mapsto \frac{\ln(x^2 - 1)}{x}$ .
8. Montrer que les deux vecteurs  $\vec{u}(2, -1, -3)$  et  $\vec{v}(-2, 5, -3)$  sont orthogonaux (coordonnées données dans une base orthonormale de  $\mathbb{R}^3$ ).

9. Énoncer correctement le théorème des valeurs intermédiaires.
10. Donner les solutions de l'équation différentielle  $y' + 3y = 0$ .
11. Déterminer le module du nombre complexe  $z = \frac{i}{1+i}$ .
12. Déterminer un argument du nombre complexe  $z = \frac{i}{1+i}$ .
13. Énoncer le théorème des gendarmes (aussi appelé théorème d'encadrement) de convergence pour des suites réelles.
14. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x = \sqrt{x+2}$ .
15. Un QCM de mathématiques est constitué de cinq questions, chacune ayant trois réponses possibles (dont exactement une est correcte à chaque fois). Un élève ayant eu la mauvaise idée de ne rien réviser répond complètement au hasard à chaque question. On considère la variable aléatoire égale au nombre de bonnes réponses fournies par cet élève. Quelle est la loi de cette variable aléatoire ? Quelle est son espérance ?
16. Calculer une primitive de la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$  (valable sur l'intervalle  $]1, +\infty[$ ).
17. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\sin(x) = \frac{1}{2}$ .
18. Énoncer la relation de Pascal sur les coefficients binomiaux.
19. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  le système  $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$ .
20. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ .