

Programme de colle n° 7

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 15/11 au 19/11 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 5 : Techniques de calcul algébrique.

- coefficients binômiaux $\binom{n}{k}$:
 - définition comme quotients de factorielles (on a évoqué la vision combinatoire du nombre de parties à k éléments dans un ensemble à n éléments, mais aucune interprétation combinatoire n'est exigible)
 - formules classiques : **symétrie des coefficients binômiaux**, **formule** $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$,
relation de Pascal
 - triangle de Pascal
 - **formule du binôme de Newton** (démonstration effectuée par récurrence, on doit au moins pouvoir expliquer les grandes lignes de la démonstration)
 - formule $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$, factorisation de $a^{n+1} - b^{n+1}$ sous la forme $(a-b) \sum_{k=0}^n a^k b^{n-k}$
- petits systèmes linéaires :
 - vocabulaire (systèmes linéaire, système carré, système triangulaire, système incompatible, système de Cramer)
 - opérations élémentaires sur les lignes d'un système, algorithme du pivot de Gauss pour la résolution d'un système de trois équations à trois inconnues (le cas général n'a pas été traité pour l'instant)
 - exemples de résolution de systèmes à paramètre
 - aucune interprétation ou méthode de résolution matricielle n'a été abordée pour l'instant

Chapitre 6 : Calcul intégral et équations différentielles.

- Primitives de fonctions continues sur un segment : existence, unicité de la primitive s'annulant en a et expression sous la forme $\int_a^x f(t) dt$, notation $[F(t)]_a^b$ pour l'accroissement de F sur le

segment $[a, b]$, application au calcul d'intégrales (rien n'a été démontré dans cette partie de cours, on a par contre introduit la notation $\int^x f(t) dt$ pour désigner une primitive quelconque d'une fonction f).

- Primitives usuelles (on doit bien sûr être capable de reconnaître du premier coup les formes classiques du type $\frac{u'}{u}$ ou $u'e^u$, mais aussi des composées plus compliquées comme $u'u$, voire des choses du genre $\frac{u'}{1+u^2}$).
- **Formule d'intégration par parties.**
- Formule de changement de variable (la formule elle-même est moins importante que la capacité à effectuer correctement un changement de variable), exemples (on évitera de poser des changements de variables peu naturels sans guider les élèves).
- Intégration de fractions rationnelles (comme dans le cas des calculs de sommes du chapitre précédent, on appliquera une forme simplifiée de la décomposition en éléments simples, et on doit être capable de mettre un dénominateur de degré 2 sous forme canonique pour faire apparaître une arctangente).
- Les propriétés théoriques de l'intégrale n'ont pas été revues pour l'instant, mais on doit bien sûr être au moins capable d'utiliser la linéarité si besoin. Aucune construction théorique de l'intégrale n'a été effectuée, nous traiterons ces aspects dans un chapitre ultérieur.

Prévisions pour la semaine suivante : chapitre 6, avec les équations différentielles.