

Programme de colle n° 5

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 18/10 au 22/10 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 4 : Trigonométrie.

- rappels de trigonométrie classique :
 - définition du cercle trigonométrique et des lignes trigonométriques (sinus, cosinus, tangente) d'un réel à partir du cercle
 - valeurs remarquables des lignes trigonométriques pour les angles $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ (**on doit être capable de les démontrer à partir de figures géométriques simples**)
 - propriétés de périodicité et symétries des fonctions trigonométriques (en particulier les formules pour $\cos(\pi - x)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, ainsi que leurs équivalents pour les autres lignes trigonométriques)
 - formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
 - **formules d'addition**, formules de duplication (et de triplification pour le cosinus et le sinus), formules de transformation somme-produit
 - exemples de résolutions d'équations trigonométriques, notation $x \equiv \theta[\alpha]$
 - l'expression des lignes trigonométriques en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ a été évoquée mais pas utilisée en exercice
- rappels sur les fonctions sin, cos et tan (dérivée, variations, courbes), exemples d'études de fonctions trigonométriques (importance du choix d'un intervalle d'étude pertinent au vu des symétries de la fonction).
- fonctions circulaires réciproques : domaine de définition, **dérivée**, variations, courbe, formule $\arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$, exemples de simplifications d'expressions du type $\cos(\arctan(x))$ et de démonstration d'égalités du type $\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right) = \arctan(x)$ par deux méthodes (dérivation brutale, ou utilisation plus subtile de la trigonométrie via un changement de variable).

Chapitre 5 : Techniques de calcul algébrique.

- démonstration par récurrence et variations (récurrence double, récurrence forte).
- sommes finies :
 - notation \sum , règles de calcul (linéarité, relation de Chasles, changement d'indice)
 - **calcul des sommes classiques** $\sum_{i=0}^n i$, $\sum_{i=0}^n i^2$, $\sum_{i=0}^n i^3$, $\sum_{i=0}^n q^i$
 - exemples de calculs de sommes télescopiques (le théorème de décomposition en éléments simples a été énoncé dans une version très simplifiée, avec un numérateur de degré strictement plus petit que le dénominateur, et uniquement des racines simples, sans parler bien sûr de racines complexes, les facteurs de degré 2 étant laissés sous leur forme réelle irréductible)
- PAS de sommes doubles cette semaine, ni de produits.

Prévisions pour la semaine de la rentrée : encore les fonctions circulaires réciproques, et tout le chapitre 5 (avec sommes doubles, produits, formule du binôme de Newton et résolution de petits systèmes linéaires si on a assez avancé).