

# Programme de colle n° 4

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 11/10 au 15/10 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 3 : Fonctions usuelles.

- Généralités sur les fonctions :
  - parité (les symétries par rapports à des points autres que l'origine ou des axes verticaux autres que l'axe des ordonnées ont été citées mais ne sont pas officiellement au programme), périodicité
  - obtention de la courbe de  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $x \mapsto f(x + a)$ ,  $x \mapsto af(x)$ ,  $x \mapsto f(ax)$  à partir de celle de  $f$  (le concept d'affinité orthogonale a été défini)
  - monotonie d'une fonction, sens de variation d'une somme ou d'une composée de fonctions monotones
  - formulaire de dérivation (rien n'a été démontré, et la définition de la dérivée comme limite de taux d'accroissement à peine évoquée, il s'agit simplement de donner des outils de calcul pour l'instant), y compris la dérivée générale d'une composée et la dérivée d'une réciproque, lien entre signe de la dérivée et sens de variation de la fonction, équation de la tangente à une courbe en un point
  - dérivées d'ordre supérieur, notation  $f^{(n)}$ , fonctions de classe  $D^k$ ,  $\mathcal{C}^k$  ou  $\mathcal{C}^\infty$  sur un intervalle, lien entre signe de la dérivée seconde et la convexité, inégalités de convexité  $\ln(x) \leq x - 1$  et  $e^x \geq x + 1$
  - théorème de la bijection continue
- fonctions logarithmes, exponentielles et puissances :
  - logarithme népérien : définition comme primitive de la fonction inverse, **règles de calcul** (on doit notamment savoir démontrer la formule  $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$  à l'aide d'un calcul de dérivée), limites et courbe représentative
  - exponentielle de base  $e$  : définition comme réciproque de  $\ln$ , règles de calcul, limites et courbe représentative
  - logarithmes et exponentielles de base quelconque : définition, variations et allures de courbes
  - fonction puissances : définition par récurrence des puissances entières positives d'un réel, règles de calcul, parité, limites et allure des courbes représentatives des fonctions correspondantes ; définition des racines  $n$ -èmes sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{R}^+$  selon la parité de  $n$  comme réciproques des puissances entières, allures de courbes ; définition de  $x^a$  comme égal à  $e^{a \ln(x)}$  lorsque  $a$  est un réel « quelconque », variations et limites des fonctions correspondantes

- résultats de croissances comparées, limites classiques de taux d'accroissement (notamment  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$  et  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ )
- exemples d'équations ou d'inéquations faisant intervenir les fonctions logarithmes, exponentielles et puissances
- fonctions hyperboliques sh, ch et th : définition, dérivée, tableau de variation, courbe, **formule**  $\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$  (qui est la seule formule de trigonométrie hyperbolique au programme)
- fonction partie entière : définition, courbe (aucun exercice technique faisant intervenir des parties entières n'a été traité en classe)

## Chapitre 4 : Trigonométrie.

- rappels de trigonométrie classique :
  - définition du cercle trigonométrique et des lignes trigonométriques (sinus, cosinus, tangente) d'un réel à partir du cercle
  - valeurs remarquables des lignes trigonométriques pour les angles  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$  (**on doit être capable de les démontrer à partir de figures géométriques simples**)
  - propriétés de périodicité et symétries des fonctions trigonométriques (en particulier les formules pour  $\cos(\pi - x)$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  et  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ , ainsi que leurs équivalents pour les autres lignes trigonométriques)
  - formule  $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
  - **formules d'addition**, formules de duplication (et de triplification pour le cosinus et le sinus), formules de transformation somme-produit
  - exemples de résolutions d'équations trigonométriques, notation  $x \equiv \theta[\alpha]$
- les courbes des fonctions circulaires et surtout l'étude de leurs réciproques ne sera au programme que la semaine prochaine (pour finir en beauté avant les vacances).

Prévisions pour la semaine suivante : tout le chapitre 4.