

Programme de colle n° 19

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 07/03 au 11/03 2022

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 15 : Dénombrement

- Cardinal d'un ensemble fini : définition et notations (sont acceptés : $\text{Card}(E)$, $|E|$ ou $\sharp E$), propriétés élémentaires ($|\overline{A}| = |E| - |A|$, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$, la formule du crible générale n'est pas à connaître mais les élèves doivent être capables de l'énoncer dans le cas d'une union de trois ou quatre ensembles).
- Listes, arrangements et combinaisons :
 - définition des p -listes d'un ensemble E , dénombrement des p -listes, exemple fondamental des tirages successifs avec remise dans une urne
 - définition des arrangements de p éléments d'un ensemble, dénombrement des arrangements comme quotient de factorielles, exemple fondamental des tirages successifs sans remise dans une urne, cas particulier des permutations des éléments d'un ensemble, dénombrement des anagrammes d'un mot
 - définition des combinaisons comme sous-ensembles à p éléments d'un ensemble fini, dénombrement des combinaisons à l'aide des coefficients binômiaux, exemple fondamental des tirages simultanés dans une urne

Chapitre 16 : Analyse asymptotique

- Négligeabilité et équivalence :
 - définition pour les suites (sous la forme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 1$), notations $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$
 - manipulations et règles de calcul (produits et quotients, passage des équivalents à une puissance quelconque, équivalence entre $u_n \sim v_n$ et $u_n = v_n + o(v_n)$, on a bien sûr insisté sur l'interdiction d'additionner des équivalents ou de les composer par d'autres fonctions que les fonctions puissances), on autorise les abus de notation du type « $o(v_n) + o(v_n) = o(v_n)$ »
 - extension aux fonctions réelles

- croissances comparées, équivalents classiques issus de taux d'accroissements $(\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x, e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x, \sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x, \tan(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x)$
- Développements limités :
 - Formule de Taylor-Young
 - vocabulaire (partie régulière d'un DL) et notations
 - parité de la partie régulière du DL d'une fonction paire ou impaire
 - formulaire de DL usuels à connaître par coeur : $e^x, \operatorname{ch}(x), \operatorname{sh}(x), \cos(x), \sin(x), \frac{1}{1-x}, \frac{1}{1+x}, \ln(1+x), (1+x)^\alpha$
 - méthodes de calcul d'un produit, quotient, composée de DL, intégration ou dérivation de DL
 - formulaire de DL à savoir retrouver rapidement : $\tan(x)$ (les trois premiers termes doivent être connus), $\arctan(x), \arcsin(x), \arccos(x)$
- Applications classiques des calculs de DL :
 - calculs de limites (suites ou fonctions), on doit être capable de choisir l'ordre du DL en anticipant le calcul pour ne pas faire de calculs complexes inutilement
 - étude locale de fonction (existence de tangente et position relative de la courbe et de la tangente en 0, existence d'asymptotes obliques et position relative en $\pm\infty$)
 - développements asymptotiques de suites implicites

Prévisions pour la semaine suivante : analyse asymptotique, début des espaces vectoriels.