

AUGUSTIN LOUIS CAUCHY

1789-1857



Sa vie.

Cauchy naît à Paris dans une famille relativement aisée mais qui sera ruinée par la Révolution. Son père est un ami de plusieurs grands mathématiciens de l'époque, notamment Laplace et Lagrange, sur les conseils duquel le jeune Augustin suit des études classiques sérieuses. Brillant élève, il intègre l'école Polytechnique à la deuxième place puis devient ingénieur des Ponts et Chaussées. Il est nommé responsable du chantier militaire de Cherbourg, mais effectue de premiers travaux en mathématique pendant son temps libre, et tente par tous les moyens de s'installer à Paris en tant que scientifique. Catholique fervent et monarchiste convaincu, il profite de la Restauration de 1815 pour se faire sa place, en tant que professeur à Polytechnique puis que membre de l'Académie des Sciences après le renvoi des trop libéraux Monge et Carnot. Le fait qu'il accepte cette place lui sera amèrement reproché par une partie de la communauté scientifique. Toute la suite de sa carrière sera d'ailleurs marquée par ses positions politiques conservatrices : il refuse de prêter serment au nouveau roi Louis-Philippe en 1830 et doit s'exiler en Suisse, puis à Turin et enfin à Prague aux côtés du roi déchu Charles X. Il sera d'ailleurs anobli par ce dernier. Il revient à Paris en 1839, mais ne pourra pas récupérer les postes qu'il occupait dans sa jeunesse. Il continuera toutefois à produire d'importants articles mathématiques jusqu'à la fin de sa vie.

Son oeuvre.

Mathématicien français le plus prolifique de l'histoire, Cauchy a publié environ 800 articles qui couvrent la plupart des domaines des mathématiques (et un peu de physique) de son temps. Il a notamment beaucoup œuvré en analyse, où il a étudié les séries de fonctions et amélioré le formalisme alors en vigueur. Ses cours d'analyse à l'école Polytechnique ont été rédigés a posteriori et contiennent notamment des définitions de la notion de limite qui sont aujourd'hui considérées comme les premières à être réellement rigoureuses (même si, par exemple, Cauchy continuera à confondre les notions de convergence simple et uniforme pour les séries de fonctions, ce qui sera source de plusieurs erreurs de sa part). On doit aussi à Cauchy une bonne partie des fondements de l'analyse complexe (théorie des fonctions d'une variable complexe), qui n'est pas à votre programme de mathématiques de classes préparatoires. De façon moins fondamentale, Cauchy a également contribué à l'éclosion de la théorie des groupes, étudié de façon poussée les déterminants, écrit très jeune un article sur les

polyèdres, publié quelques articles sur le théorème central limite en probabilités, et également oeuvré en astronomie et en optique.

Sa postérité.

Sans surprise au vu de l'étendue des domaines parcourus par le monsieur dans ses recherches, Cauchy a laissé son nom à beaucoup de choses en mathématiques. En vrac :

- les **problèmes de Cauchy** sur les équations différentielles, menant au **théorème de Cauchy-Lipschitz** affirmant l'unicité d'une solution maximale à une équation différentielle sous certaines conditions. Une généralisation existe pour les équations aux dérivées partielles, connue en France sous le nom de **théorème de Cauchy-Kowalewski**.
- les **suites de Cauchy** sont des suites pour lesquelles l'écart entre deux termes quelconques de la suite peut être rendu aussi faible que souhaité à partir d'un certain rang. La convergence des suites de Cauchy est une condition nécessaire pour qu'un espace vectoriel soit qualifié d'**espace complet**, notion fondamentale en topologie.
- l'**inégalité de Cauchy-Schwarz** reliant produit scalaire et norme dans divers types d'espaces métriques, outil géométrique essentiel.
- le **théorème de Cauchy** sur les groupes finis, qui énonce que pour tout facteur premier p du nombre d'éléments d'un groupe fini, il existe un élément de G dont l'ordre (plus petit entier pour lequel $x^n = 1$) est égal à p .
- plusieurs résultats fondamentaux d'analyse complexe portent le nom de Cauchy, notamment les **équations de Cauchy-Riemann**. On parle aussi de **plan d'Argand-Cauchy** pour désigner la représentation usuelle des nombres complexes dans le plan muni d'un repère orthonormé.
- en analyse réelle, on croise aussi régulièrement le nom de Cauchy associé à divers théorèmes fondamentaux, notamment le théorème des valeurs intermédiaires dont il publia l'une des premières démonstrations rigoureuses.