

Petit Devoir Maison n° 11

MPSI Lycée Camille Jullian

pour le 14 mars 2022

Un court DM uniquement consacré au dénombrement. On dispose d'une grille carrée de 16 cases (quatre lignes, quatre colonnes) dont on souhaite colorier chaque case en utilisant uniquement les couleurs Vert, Bleu, Rouge. Il est également possible de laisser certaines cases blanches. On donnera les valeurs numériques pour chaque réponse, en plus des formules théoriques. Bien sûr, chaque réponse doit absolument être justifiée (un joli dessin fait toujours plaisir, mais ne constitue pas une justification satisfaisante).

1. Combien de coloriages différents peut-on faire au total ?
2. Combien de coloriages pour lesquels on n'a laissé aucune case blanche ?
3. Combien de coloriages avec exactement six cases bleues ?
4. Combien de coloriages avec exactement quatre cases de chaque couleur (en comptant le blanc comme une couleur) ?
5. Combien de coloriages avec autant de cases bleues que de cases rouges et de cases vertes ?
6. Combien de coloriages avec exactement une case de chaque couleur sur chaque ligne ?
7. Combien de coloriages avec exactement une case de chaque couleur sur chaque ligne et sur chaque colonne ?
8. Combien de coloriages pour lesquels les quatre coins sont de la même couleur, mais aucune case adjacente à un coin (horizontalement ou verticalement) n'est de la même couleur que ce coin ?
9. Combien de coloriages pour lesquels chaque ligne utilise au moins deux couleurs différentes (le blanc est toujours considéré comme une couleur) ?
10. Combien de coloriages pour lesquels chaque ligne utilise au moins trois couleurs différentes (le blanc est toujours considéré comme une couleur) ?