

Exercice à travailler n°12

PTSI B Lycée Eiffel

27 mai 2020

Un calcul de déterminant exploitant une récurrence.

On cherche à calculer le déterminant $D_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ (matrice n lignes n colonnes

avec des 2 sur la diagonale, des 1 juste au-dessus et juste en-dessous de la diagonale, et des 0 partout ailleurs).

1. Calculer les déterminants D_2 , D_3 et D_4 . Quelle valeur logique donner à D_1 ? Et à D_0 ?
2. Effectuer un développement suivant la première colonne du déterminant D_n pour obtenir une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 vérifiée par la suite (D_n) .
3. En déduire la valeur de D_n .