

## Exercice à travailler n°9

PTSI B Lycée Eiffel

14 mai 2020

### Des matrices de symétries et de projections.

On considère pour cette exercice l'application linéaire  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  définie par  $f(x, y, z) = (2x + 2y + z, -6x - 5y - 2z, 9x + 6y + 2z)$ .

1. Donner la matrice  $M$  de l'application  $f$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}^3$ .
2. Calculer  $M^2$ . Que peut-on en déduire concernant l'application  $f$  ?
3. Déterminer les éléments caractéristiques de  $f$ , ainsi qu'une base pour chacun des deux sous-espaces (on notera  $F$  l'espace par rapport auquel on symétrise, et  $G$  celui parallèlement auquel on symétrise, comme d'habitude).
4. On note  $\mathcal{B}$  la matrice obtenue en regroupant les bases de  $F$  et de  $G$  calculées à la question précédente. Que vaut  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$  ? Normalement, presque aucun calcul n'est nécessaire pour obtenir cette matrice.
5. En notant  $p$  la projection sur  $F$  parallèlement à  $G$ , quelle serait la matrice de  $p$  dans cette même base  $\mathcal{B}$  (toujours pas de calcul nécessaire) ?