

Exercice à travailler n°6

PTSI B Lycée Eiffel

5 mai 2020

Un exercice bilan très classique.

Un étudiant doit passer une épreuve de concours présentée sous forme de QCM. Le QCM est constitué de cinq questions, chaque question ayant trois réponses possibles. À chaque fois, une seule réponse sur les trois est correcte. Chaque bonne réponse rapporte deux points, chaque erreur enlève un point (on peut très bien finir avec un total négatif), une question à laquelle le candidat n'a pas répondu ne rapporte pas de point et n'en enlève pas.

1. On suppose dans cette question que l'étudiant n'a rien révisé et répond complètement au hasard. Il décide de répondre tout de même à toutes les questions.
 - (a) Quelle est la probabilité qu'il ait tout juste ? Qu'il ait au moins une réponse juste ?
 - (b) On note plus généralement X le nombre de bonnes réponses fournies par cet étudiant. Donner la loi, l'espérance et la variance de X .
 - (c) On note Y le nombre de points obtenus par ce candidat. Dédurre de la question précédente l'espérance et la variance de Y (presque pas de calculs nécessaires).
 - (d) Notre candidat vise simplement une note strictement positive à son QCM (au moins un point donc). Comparer la tactique qu'il a choisie (répondre à tout) avec les deux tactiques suivantes : répondre à une seule question (en espérant avoir juste), ou répondre à deux questions (en espérant en avoir au moins une de juste). Quelle est la tactique la plus efficace, et quelle probabilité aura l'étudiant d'obtenir sa note strictement positive en suivant cette tactique ?
2. On suppose désormais que les cinq questions constituant le QCM sont choisies au hasard parmi une banque de questions contenant 20 questions (bien entendu on choisit cinq questions distinctes parmi les 20 possibles). Un candidat un peu plus sérieux que le précédent a révisé une partie des questions, mais il n'en connaît que 12 sur les 20.
 - (a) Quelle est la probabilité qu'il ait révisé toutes les questions effectivement posées lors de l'épreuve ? Qu'il ait révisé au moins une de ces questions ?
 - (b) On note Z le nombre de questions posées au QCM que l'étudiant avait révisées. Donner la loi et l'espérance de Z (vous avez droit à la calculatrice pour l'application numérique).
 - (c) L'étudiant est certain de répondre juste aux questions révisées, et répond au hasard aux autres (il répondra de toute façon à toutes les questions). Estimer le nombre moyen de réponses justes qu'il va fournir, et son total de points moyen.