

# AP : Séance n° 3

PTSI B Lycée Eiffel

11 octobre 2019

## Quelques exercices de trigonométrie

1. Résoudre de deux façons différentes l'équation  $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) + \sin(4x) = 0$ .
2. Démontrer de deux façons différentes que,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $\arctan(x) + 2 \arctan(\sqrt{1+x^2} - x) = \frac{\pi}{2}$ .
3. Exprimer  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$  et  $\tan(x)$  en fonction de  $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ .
4. On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \arccos\left(\sqrt{\frac{1+\sin(x)}{2}}\right)$ .
  - (a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ , étudier sa parité et sa périodicité, en déduire un intervalle d'étude  $I$  intelligent.
  - (b) Montrer que  $f$  est bijective de  $I$  sur un intervalle à préciser, et donner une expression de sa réciproque  $g$ .
  - (c) Calculer la dérivée de  $f$  (lorsque cela a un sens) en déduire une expression simple de  $f$  sur  $I$ .
  - (d) En déduire une expression simple de  $g(x)$ .

## Une étude de fonction.

On considère dans cet exercice la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{1 + \sin(x)}{\sqrt{3} - \cos(x)}$ .

1. Résoudre l'inéquation  $\sqrt{3} \cos(x) - \sin(x) > 1$ .
2. Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
3. Déterminer un intervalle d'étude pertinent pour la fonction  $f$ .
4. Calculer la dérivée  $f'$  de la fonction  $f$  (on cherchera à la factoriser si possible).
5. À l'aide des résultats de la question 1, dresser le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle d'étude choisi.
6. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  en son point d'abscisse 0.
7. Tracer une allure soignée de la courbe (on fera bien sûr figurer la tangente calculée à la question précédente).