Exercices : Logarithme (suite)

EXERCICE 1

Questionnaire à choix multiple :

Cocher les bonnes réponses, il y en a au moins une par question. *Toute bonne réponse rapporte 1 point, toute erreur retire 0,5 point, l'absence de réponse ne retire rien.*
Si le total des points est négatif, la note de l'exercice sera ramenée à zéro.

1) Soient A et B deux événements tels que leurs probabilités vérifient : $P(A) = P(B) = 0,2$ et $P(A \cap B) = 0,1$. Alors $P(A \cup B)$ est égal à :

☐ 0,2 ☐ 0,3 ☐ 0,4 ☐ 0,5

2) La fonction f définie sur $[1\ ; 12]$ par $f(x) = \dfrac{-x^2 + 3x - 4}{x}$ a pour dérivée la fonction f' telle que $f'(x) =$:

☐ $-1 + \dfrac{4}{x^2}$ ☐ $\dfrac{4 - x^2}{x^2}$ ☐ $\dfrac{x^2 - 4}{x^2}$ ☐ $\dfrac{-2x + 3}{1}$

3) On considère la fonction logarithme népérien notée ln.
$\ln 27$ est égal à :

☐ $3 \ln 3$ ☐ $9 \ln 3$ ☐ $27 \ln 1$ ☐ $\ln 9 + \ln 3$

4) On considère la fonction f définie sur $[0,5\ ; 12]$ par $f(x) = 2 \ln x$ et C sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
Le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse 4 est :

☐ $2 \ln 4$ ☐ 0 ☐ 0,25 ☐ 0,5

5) Dans un classe de 20 élèves, 15 sont des filles, et il y a 8 élèves qui portent des lunettes. Par ailleurs un tiers des filles portent des lunettes.
On prend un élève au hasard.

a. la probabilité que cet élève soit une fille est de :

☐ $\dfrac{1}{15}$ ☐ 0,75 ☐ 0,125 ☐ 0,067 environ

b. la probabilité que ce soit un garçon et qu'il porte des lunettes est de :

☐ 0,6 ☐ 0,15 ☐ 0,4 ☐ 0,5

EXERCICE 2

PARTIE A : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [15; 40]$ par : $f(x) = -3x - 318 + 120\ln(x+10)$.

1) Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \dfrac{3(30-x)}{x+10}$.

2) **a)** Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

b) Déterminer le signe de $f'(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.

c) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle I.

3) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les résultats à 0,1 près :

x	15	20	25	30	35	40
$f(x)$	23,3				33,8	

4) Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant comme unités graphiques :

- 2 cm pour 5 unités sur l'axe des abscisses,
- 1 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées ; on graduera cet axe à partir de 20.

PARTIE B : Application

On suppose que le pourcentage de femmes fumant du tabac quotidiennement en fonction de l'âge x (en années), depuis 15 ans jusqu'à 40 ans, est le nombre $f(x)$ donné par la formule suivante :

$$f(x) = -3x - 318 + 120\ln(x+10).$$

1) Déterminer l'âge pour lequel le pourcentage de fumeuses est maximal. Justifier la réponse.

2) Calculer le pourcentage de femmes de 23 ans fumant du tabac quotidiennement ; donner la réponse à 1% près.

3) A l'aide du graphique de la **Partie A** et en faisant apparaître les traits de construction nécessaires, déterminer à partir de quel âge plus d'un quart des femmes fument quotidiennement (donner la réponse à un an près).

EXERCICE 3

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 15]$ par : $f(x) = 2,4\ln(1,3x+1)$.

1. Calculer la dérivée et montrer que pour tout x de $[0\ ;\ 15]$ on a : $f(x) = \dfrac{3,12}{1,3x+1}$.

2. Etudier le signe de $f'(x)$.

3. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 15]$.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (*les résultats seront arrondis à 0,1 près*) :

x	0	2	4	6	10	12	15
$f(x)$		3,1			6,3		

5. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
1 cm pour 1 unité en abscisses ;
2 cm pour 1 unité en ordonnées.

PARTIE B

Un médicament contre le diabète entraîne une prise de poids chez les patients traités avec ce produit. Une étude sur un échantillon de patients a mis en évidence que l'augmentation de poids (*en nombre de kilogrammes*) en fonction du nombre x d'années de traitement est donnée par :

$$f(x) = 2,4\ln(1,3x+1).$$

1. Calculer l'augmentation de poids au bout d'un an de traitement.

2. Déterminer graphiquement en laissant apparentes les constructions utiles :

a) L'augmentation du poids du patient si celui-ci suit le traitement pendant 5 ans.

b) Au bout de combien d'années le poids aura augmenté de 6 kg.

3. Pour retrouver le résultat de la question **2**. b) par le calcul il faut résoudre une équation.

a) Quelle est cette équation ?

b) Répondre à la question **2**. b) par la résolution de cette équation.

EXERCICE 4

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par :

$$f(x) = 12x + 12 - 12\ln(3x + 1).$$

1) Calculer $f'(x)$ et montrer que :

$$f'(x) = \frac{12(3x-2)}{3x+1}.$$

2) Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 2]$.

3) Recopier et compléter le tableau de valeur suivant (arrondir les résultats à 0,1 près) :

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$f(x)$			6,8	7,4		

4) Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
(Unités graphiques : 6 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour une unité en ordonnée).

Partie B

On suppose que le taux d'anticorps (en g/l) dans le sang d'un nourrisson en fonction de l'âge (en années), depuis la naissance jusqu'à l'âge de 2 ans, est donné par la formule suivante :

$$f(x) = 12x + 12 - 12\ln(3x + 1).$$

1) Calculer le taux d'anticorps à la naissance.

2) A l'aide de la partie A, déterminer l'âge, en mois, pour lequel le taux d'anticorps est minimal.

3) Déterminer graphiquement l'âge auquel le nourrisson retrouve le taux d'anticorps de sa naissance (laisser apparents les tracés utiles).