$\boxed{\text{Devoir pour le 15 Décembre}}$

## EXERCICE 1

Déterminer, en utilisant les règles de dérivation, les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

**1)** On dérive la fonction $f$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 5\times 1-0 \\ &= 5 \end{aligned}$$

**2)** On dérive la fonction $f$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= -5\times(2x)+3\times 1-0 \\ &= -10x+3 \end{aligned}$$

**3)** On dérive la fonction $f$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 7\times(4x^3)-\frac{1}{6}\times(3x^2)+(2x)-7\times 1+0 \\ &= 28x^3-\frac{1}{2}x^2-7 \end{aligned}$$

**4)** On dérive la fonction $f$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{-(-5)\times(2x+2)}{(x^2+2x+3)^2} \\ &= \frac{10x+10}{(x^2+2x+3)^2} \end{aligned}$$

**5)** On dérive la fonction $f$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2+0)\times(x^2+x+1)-(2x+1)\times(2x+1+0)}{(x^2+x+1)^2} \\ &= \frac{2x^2+2x+2-(2x+1)^2}{(x^2+x+1)^2} \\ &= \frac{2x^2+2x+2-(4x^2+4x+1)}{(x^2+x+1)^2} \\ &= \frac{2x^2+2x+2-4x^2-4x-1}{(x^2+x+1)^2} \\ &= \frac{-2x^2-2x+1}{(x^2+x+1)^2} \end{aligned}$$

**6)** On dérive la fonction $f$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\frac{3}{x^4}+\frac{\cos(x)\times\cos(x)-\sin(x)\times(-\sin(x))}{(\cos(x))^2} \\ &= -\frac{3}{x^4}+\frac{\cos(x)^2+\sin(x)^2}{(\cos(x))^2} \\ &= -\frac{3}{x^4}+\frac{1}{(\cos(x))^2} \end{aligned}$$

## EXERCICE 2

Soit $f$ la fonction définie sur $[-1;4]$ par $f(x) = -x^2 + 3x - 2$

**1)** **a.** Calcul de la dérivée : $f'(x) = -2x + 3 \times 1 - 0 = -2x + 3$

**b.** Resolvons l'inéquation :

$$\begin{aligned} f'(x) \geqslant 0 &\iff -2x + 3 \geqslant 0 \\ &\iff 3 \geqslant 2x \\ &\iff x \leqslant \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Donc $f'(x) \geqslant 0$ si et seulement si $x \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$

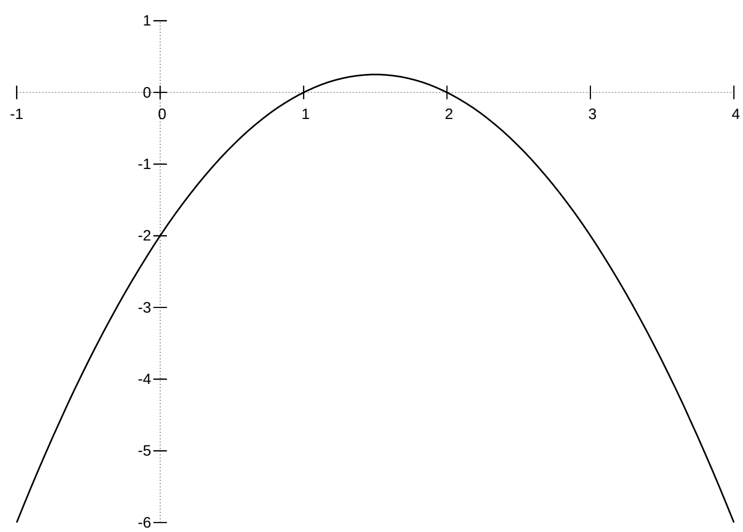
**c.** Tableau de variation de la fonction $f$.

| $x$ | $-1$ | | $1,5$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f$ | | | $0,25$ | | |
| | $-6$ | $\nearrow$ | | $\searrow$ | $6$ |

**2)**

| $x$ | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | -6 | -3,75 | -2 | -0,75 | 0 | 0 | -2 | -6 |

**3)** Courbe représentative de $f$ dans un repère orthogonal ;




**4)** Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont $x = 1$ et $x = 2$.

## EXERCICE 3

Soit $f$ la fonction définie sur $[-1;3]$ par $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4$

**1)** **a.** Calcul de la dérivée : $f'(x) = 4x^3 - 4 \times (3x^2) + 4 \times (2x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$.
Développons $4(x-2)(x-1)x$ :
$4(x-2)(x-1)x = 4(x^2 - x - 2x + 2)x = 4x^3 - 12x^2 + 8x = f'(x)$.

**b.** Résolvons l'inéquation $4(x-2)(x-1)x \geqslant 0$ à l'aide d'un tableau de signes.

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-2$ | | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x-1$ | | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | |
| $x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

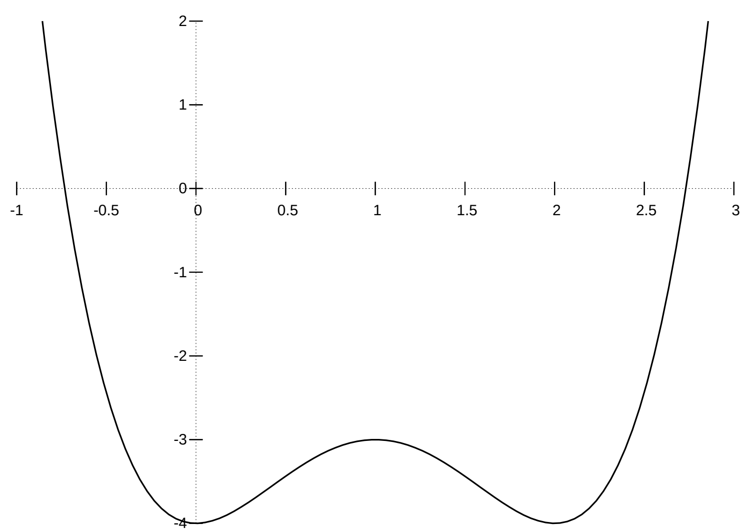
**c.** Tableau de variation de la fonction $f$.

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $5$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $5$ |

**2)** Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats à 0,01 près) :

| $x$ | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 2 | 2,5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 5 | -2,44 | -4 | -3,44 | -3 | -4 | -2,44 | 5 |

**3)** Courbe représentative de $f$ dans un repère orthogonal ;




**4)** Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont $x = -0,7$ et $x = 2,7$.

## EXERCICE bonus

Soit $f$ la fonction définie sur $\left]-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2-1}{x^2-2}$

**1)** **a.** Calcul de la dérivée : $f'(x) = \dfrac{4x \times (x^2-2) - (2x^2-1) \times (2x)}{(x^2-2)^2} = \dfrac{-6x}{(x^2-2)^2}$.

**b.** On remarque que $(x^2-2)^2$ est un carré, donc toujours positif. Le signe de $f'(x)$ sera donc le même que celui de $-6x$.

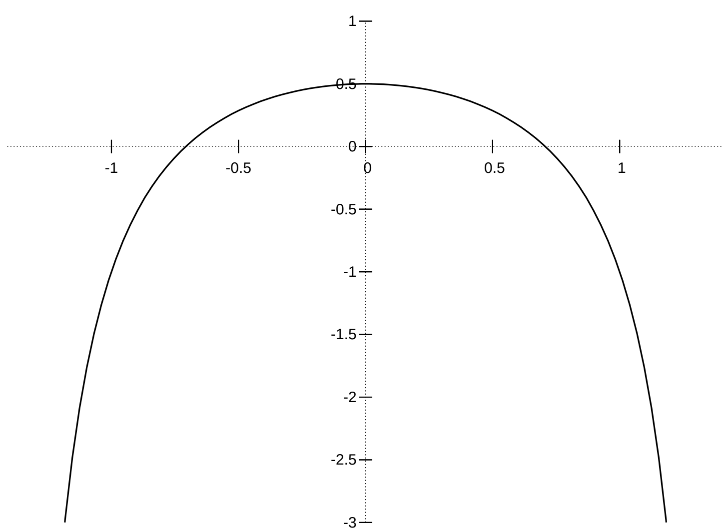
Tableau de variation de la fonction $f$ :

| $x$ | $-\sqrt{2}$ | | $0$ | | $\sqrt{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0,5$ | $\searrow$ | $+\infty$ |

**2)** Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats à 0,1 près) :

| $x$ | -1,3 | -1,2 | -1 | -0,5 | -0,25 | 0 | 0,25 | 0,5 | 1 | 1,2 | 1,3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | -7,7 | -3,4 | -1 | 0,3 | 0,45 | 0,5 | 0,45 | 0,3 | -1 | -3,4 | -7,7 |

**3)** Courbe représentative de $f$ dans un repère orthogonal ;




**4)** Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont $x = -0,7$ et $x = 0,7$.