

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.*

PROBLÈME

Partie A :

On appelle f la fonction définie sur $[0,1;4]$ par $f(x) = -\frac{x^2}{2} + x + 5 + 2 \ln(x)$.

- 1) Calculer $f'(x)$.
- 2) Montrer que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $\frac{(-x+2)(x+1)}{x}$.
- 3) Utiliser la question 2) pour étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,1;4]$.
- 4) Etablir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,1;4]$ (*dans ce tableau ne figureront que des valeurs exactes*).
- 5) Recopier sur la copie en le complétant le tableau de valeurs suivant (*les valeurs seront données sous forme décimale arrondie à 0,1 près*) :

t	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$		4				6,2			

- 6) Tracer la courbe représentative de la fonction f sur une feuille de papier millimétré, dans un repère orthonormé d'unité 2 centimètres.

Partie B :

On veut suivre l'évolution de la population dans une culture bactérienne, suivant la température à laquelle on soumet cette culture. Pour une température x , en dizaines de degrés Celsius, comprise entre 0,1 et 4, le nombre de bactéries, en millions, dans la culture est $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.

- 1) A quelle température, en degrés Celsius, le nombre de bactéries dans la culture est-il maximal ?

Dans les deux questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction utiles.

- 2) Déterminer graphiquement le nombre de bactéries dans la culture chauffée à 37,5°C.
- 3) Pour quelles températures, en degrés Celsius, le nombre de bactéries dans la culture est-il inférieur ou égal à 5 500 000 ?