Bac SMS : Mathématiques – Métropole – Juin 2005

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

Suite à la canicule d'août 2003, le Ministre de la Santé, des Affaires Sociales et des Personnes Handicapées a demandé à l'INSERM de déterminer de façon précise l'ampleur et les causes principales de l'augmentation de la mortalité sur cette période.
Le tableau suivant, extrait du rapport de l'INSERM, précise la répartition des décès par âge et par sexe pendant la période du 1erau 20 août 2003 dans toute la France métropolitaine.

	Femmes	Hommes	Total
Moins de 44 ans	538	1 310	1 848
Entre 45 et 74 ans	3 896	7 345	11 241
Plus de 75 ans	18 018	10 514	28 532
Total	22 452	19 169	41 621

1) Sachant que le nombre de décès pour la même période de l'année 2002 était de 12 946 pour les femmes et de 13 877 pour les hommes, déterminer le pourcentage d'augmentation du nombre de décès pour les femmes puis pour les hommes (*arrondir le résultat à l'entier le plus proche*).

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 près.

2) On choisit au hasard une personne décédée pendant la période du 1erau 20 août 2003. On considère les événements suivants :
- A : « La personne est une femme » ;
- B : « La personne a plus de 75 ans ».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b) Définir par une phrase l'événement $\overline{B}$ puis calculer sa probabilité.

c) Définir par une phrase l'événement $A \cap \overline{B}$ puis calculer sa probabilité.

d) Calculer la probabilité de l'événement $A \cup \overline{B}$.

3) On choisit au hasard une personne décédée pendant la période du 1erau 20 août 2003 et âgée de plus de 75 ans. Calculer la probabilité pour que cette personne soit un homme.

PROBLÈME (12 points)

Partie A : Etude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0, 10] par : $f(t) = -0,43t + 1 + 2,15\ln(t+1)$.

1) Montrer que la dérivée f' de la fonction f est définie par l'égalité suivante : $f'(t) = \dfrac{-0,43t + 1,72}{t+1}$.

2) a) Calculer les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(4)$.

b) Etudier le signe de $f'(t)$.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0, 10].

3) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on arrondira à 10^{-2} près) :

t	0	1	2	3	4	6	8	10
$f(t)$		2,06				2,6		1,86

4) Construire la courbe C représentative de la fonction f dans un plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :

1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B : Contrôle du taux de lactate dans le sang

Lors d'un exercice physique d'une durée de 10 min, on a mesuré la concentration (en mmol.L^{-1}) de lactate sanguin d'un patient. On suppose que cette concentration au temps t (exprimé en minutes) est $f(t)$ où f est la fonction étudiée à la partie A.

1) a) A quel moment la concentration de lactate est-elle maximum ? Justifier.

b) Quelle est alors cette concentration ?

Les questions suivantes seront traitées graphiquement et l'on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique.

2) Quel est le taux de lactate au bout de 5 min ?

3) Au bout d'une minute, le taux de lactate est très voisin de 2. Au bout de combien de temps le taux de lactate atteint-il à nouveau cette valeur ?

4) Dans quel intervalle de temps le taux de lactate est-il supérieur à 2,5 ?

Bac SMS : Mathématiques – Antilles-Guyane – Juin 2005

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

L'apport nutritionnel conseillé en calcium est 900 mg par jour.
Une enquête sur l'apport en calcium quotidien en mg (noté AC) auprès d'une population de 25000 personnes, comprenant 13000 femmes et 12000 hommes, a permis d'établir les résultats suivants :

- 984 hommes et 2132 femmes ont un apport en calcium strictement inférieur à 600 mg.
- 34,1% des hommes et 43,8% des femmes ont un apport en calcium supérieur ou égal à 600 mg et strictement inférieur à 900 mg.

1) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous :

	Hommes	Femmes	Total
$0 \leq \text{AC} < 600$			
$600 \leq \text{AC} < 900$			
$900 \leq \text{AC}$			
Total			25000

Dans la suite de l'exercice les résultats seront arrondis à près.

2) On choisit au hasard une personne parmi les 25000 personnes interrogées dans l'enquête précédente.
On considère les événements suivants :

- A : « La personne a un apport en calcium strictement inférieur à 600 mg par jour » ;
- B : « La personne est une femme ».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b) Définir par une phrase chacun des événements $A \cap B$ et $\overline{A}$.

c) Calculer la probabilité de chacun des événements $A \cap B$ et $\overline{A}$.

3) On choisit au hasard une personne dont l'apport en calcium est supérieur ou égal à 600 mg. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

4) On choisit une femme au hasard. Quelle est la probabilité que son apport en calcium soit supérieur ou égal à 600 mg ?

PROBLÈME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;8]$ par $f(t) = -10e^{-0,5t} - 2t + 17$.

1) Calculer $f'(t)$.

2) a) Résoudre l'inéquation $5e^{-0,5t} - 2 > 0$ sur $[0\,;8]$ (on montrera que cette inéquation est équivalente à $t < 2\ln(2,5)$.

b) On note a le nombre $2\ln(2,5)$. Donner une valeur approchée de a à 0,01 près.

c) Déduire des questions précédentes le tableau de variations de f sur $[0\,;8]$. On donnera les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(8)$, ainsi qu'une valeur approchée de $f(a)$ à 0,01 près.

3) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on arrondira les valeurs à 0,01 près) :

t	0	1	1,83	3	4	5	7	8
$f(t)$		8,93			7,65		2,70	

4) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal tel que :
- 1 cm représente 0,5 unité sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm représente une unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On injecte une substance dans le sang d'un individu. On considère que $f(t)$, où f est la fonction définie à la partie A, représente une bonne approximation du taux de la substance (exprimé en mg.L^{-1}) présente dans le sang en fonction du temps t (exprimé en heures).
On donnera des valeurs approchées à 0,1 près, puis on convertira les temps en heures et en minutes.

1) A quel moment le taux est-il maximum ? Que vaut alors ce maximum ?

Dans les questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique de la Partie A.

2) Déterminer graphiquement le moment où le taux vaut la moitié de la valeur maximale.

3) Déterminer graphiquement la durée pendant laquelle le taux est supérieur à 8 mg.L^{-1}.

Bac SMS : Mathématiques – La Réunion – Juin 2005

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

Une enquête de la DREES réalisée en 2002 auprès de 922 médecins généralistes libéraux a permis de recueillir des informations sur 50000 consultations et visites. Il apparaît que :
- 55% des consultations concernent des femmes.
- 6 fois sur 10, le patient a plus de 45 ans.
- Dans 28% des cas, les patients ont plus de 70 ans et parmi ces derniers, il y a 4/7ıèmes de femmes.
- 11% des cas concernent les 0-12 ans et 2 cas sur 10 concernent les 0-24 ans.
- 3000 consultations et visites ont été faites par des filles âgées de 0 à 12 ans.
- 2000 consultations et visites ont été faites par des filles âgées de 13 à 24 ans.
- Il y a autant d'hommes que de femmes dans la tranche d'âge 25-44 ans.

1) Justifier la phrase : « 6% des consultations et visites concernent des filles âgées de 0 à 12 ans. »

2) Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant la répartition des consultations et visites, selon le sexe et l'âge.

	Femmes	Hommes	Total des patients
0-12 ans	3000		
13-24 ans			
25-44 ans			
45-69 ans	9500		
70 ans ou plus			14000
Total			50000

Dans les questions 3 et 4, on donnera les résultats sous forme décimale à 0,01 près.

3) On choisit au hasard un patient parmi les 50000 et on considère les événements suivants :
- A : « Le patient choisi est une femme » ;
- B : « Le patient choisi est âgé de plus de 70 ans » ;
- C : « Le patient choisi est une femme ou a plus de 70 ans ».

a) Calculer la probabilité $P(A)$ de l'événement A puis la probabilité $P(B)$ de l'événement B.

b) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer sa probabilité.

c) Calculer la probabilité de l'événement C.

4) Sachant que le patient choisi est une femme, quelle est la probabilité qu'elle ait plus de 70 ans ?

PROBLÈME (12 points)

Partie A : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ par $f(t) = 3000e^{-\frac{t}{11}}$.

1) Calculer $f'(t)$.

2) Etudier le signe de $f'(t)$.

3) En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,30]$. On y reportera les valeurs exactes de $f(0)$ et de $f(30)$.

4) Recopier et compléter le tableau suivant, en arrondissant les valeurs à la dizaine près :

t	0	5	10	15	20	25	30
$f(t)$			1 210		490		

5) Sur la feuille de papier millimétré fournie, tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques

- en abscisse, 1 cm pour 2 unités ;
- en ordonnée, 1 cm pour 200 unités.

Partie B : Application

En médecine nucléaire, le traitement par l'iode 131 est particulièrement efficace dans certaines maladies de la thyroïde.
On injecte, au temps $t = 0$, un échantillon d'iode 131 dans le corps d'un patient.
On admet que la fonction f, définie et étudiée dans la partie A, donne une bonne approximation de l'activité du radio nucléide iode 131, en fonction du temps t, exprimé en jours.
L'activité est exprimée en Becquerel (Bq).

1) Donner l'activité initiale de l'iode 131.

2) Calculer l'activité de l'iode 131 au bout de 22 jours. On donnera la réponse à 1 Bq près.

3) La période, notée T, d'un nucléide radioactif est le temps au bout duquel son activité a diminué de moitié.

a) En utilisant le graphique de la partie A, donner une valeur approchée, à 0,1 jours près, de la période T de l'iode 131 (on laissera apparents les traits de constructions utiles).

b) Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 1500$ et retrouver le résultat obtenu à la question précédente.

Bac SMS : Mathématiques – Métropole – Septembre 2005

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

Une enquête sur le niveau de recrutement des secrétaires médicales ou médico-sociales a été réalisée à l'aide d'un questionnaire auprès de 732 d'entre elles.

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous à l'aide des informations suivantes (on arrondira les réponses à l'entier le plus proche) :
- Parmi les secrétaires recrutées, 85% ont le niveau baccalauréat et 7% le niveau BTS.
- Le secteur médical emploie 93,3% des secrétaires recrutées.
- Le secteur médico-social quant à lui, recrute trois fois plus de secrétaires au niveau CAP-BEP qu'au niveau BTS.

Niveau	Secteur médical	Secteur médico-social	TOTAL
Baccalauréat		17	
BTS			
CAP / BEP			
TOTAL			732

2) Calculer le pourcentage de secrétaires recrutées au niveau CAP/BEP (donner la réponse à 1% près).

Dans les questions suivantes, on arrondira les réponses à 0,01 près.

3) On choisit au hasard une secrétaire ayant répondu au questionnaire. On considère les événements suivants :

A : « La secrétaire a le niveau Baccalauréat » ;
B : « La secrétaire a été recrutée dans le secteur médico-social ».

a. Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.

c. Définir par une phrase l'événement $A \cup B$, puis calculer sa probabilité.

4) Parmi les secrétaires ayant répondu au questionnaire, il y en a 232 exerçant dans le secteur médical et 5 dans le secteur médico-social qui ont le niveau du Bac SMS.

a. On choisit au hasard une secrétaire ayant répondu au questionnaire. Calculer la probabilité qu'elle ait le niveau du Bac SMS.

b. On choisit au hasard une secrétaire recrutée dans le secteur médical. Calculer la probabilité qu'elle ait le niveau du Bac SMS.

PROBLÈME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;7]$ par $f(t) = (300 - 10t)e^{-0,5t}$.

1) Calculer $f'(t)$ et montrer que $f'(t) = (5t - 160)e^{-0,5t}$

2) **a.** Préciser le signe de $5t - 160$ sur l'intervalle $[0\,;7]$.

b. Etudier le signe de $f'(t)$ pour t appartenant à l'intervalle $[0\,;7]$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f. Le compléter par les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(7)$.

3) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (*on arrondira les valeurs de $f(t)$ à l'entier le plus proche*) :

t	0	0,5	1	2	3	4	5	7
$f(t)$			176				21	

4) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques :

2 cm pour une unité en abscisse ;
1 cm pour 20 unités en ordonnée.

Partie B

Afin d'éviter toute contamination, un matériel chirurgical a été chauffé dans une étuve. On constate que sa température de refroidissement (en degrés Celsius) en fonction du temps t (exprimé en minutes) est donnée par la fonction f étudiée dans la partie A.

1) Préciser la température du matériel à la sortie de l'étuve. Dans les questions suivantes on devra indiquer sur le dessin de la Partie A les traits de construction utiles. On exprimera les temps en minutes et en secondes.

2) Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la température a baissé de moitié.

3) Déterminer graphiquement durant combien de temps la température reste supérieure ou égale à 100° C.

Bac SMS : Mathématiques – Antilles-Guyane – Septembre 2005

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

A la rentrée 2003, les écoles primaires d'une ville de l'agglomération parisienne ont effectué un bilan de santé auprès de leurs 1 300 élèves. Une partie de ce bilan de santé avait pour objectif de diagnostiquer les enfants atteints d'asthme et de détecter ceux qui présentaient des symptômes asthmatiques.

Parmi les 600 filles de ces écoles, 4,5% étaient asthmatiques.
De plus, 5% des filles et 7% des garçons présentaient des symptômes asthmatiques.
Enfin, 88% des élèves ne présentaient aucun trouble en rapport avec cette maladie.

1) Reproduire et remplir le tableau d'effectifs suivant :

	Filles	Garçons	Total
Asthmatiques			
Symptômes asthmatiques			
Aucun trouble			
Total			1 300

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 0,01 près.

2) On choisit au hasard un élève parmi les 1300 élèves des écoles primaires et on considère les événements suivants :
A : « L'élève est un garçon » ;
B : « L'élève est asthmatique » ;
C : « L'élève présente des symptômes asthmatiques ».

a. Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.

c. En déduire la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

d. Définir par une phrase l'évènement $A \cup C$ et calculer sa probabilité

e. On considère l'évènement :
« L'élève est une fille qui présente des symptômes asthmatiques ».
Écrire cet évènement à l'aide des événements A, B ou C puis calculer sa probabilité.

3) On choisit au hasard un élève atteint d'asthme. Quelle est la probabilité que cet élève soit un garçon ?

PROBLÈME (12 points)

Partie A : Etude et représentation d'une fonction

On considère la fonction f définie sur [0 ;120] par : $f(t) = 4,4 + 0,12te^{-\frac{1}{60}t}$.
On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f.

1) **a.** Calculer la dérivée $f'(t)$ et vérifier que $f'(t) = 0,002(60 - t)e^{-\frac{1}{60}t}$.

b. Résoudre $f'(t) = 0$.

c. Étudier le signe de $f'(t)$ sur [0 ;120].

d. En déduire le tableau de variation de f.

2) Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant des valeurs approchées à 10^{-2} près.

t	0	10	20	40	60	80	100	120
$f(t)$		5,42		6,86			6,67	

3) Déterminer le coefficient directeur de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

4) En prenant en abscisses 1 cm pour 10 unités et en ordonnées 2 cm pour une unité, construire la droite $\mathcal{T}$ puis la courbe $\mathcal{C}$.

Partie B : Utilisation du graphique

Pour étudier le bilan hépatique du glucose, on réalise chez un chien une expérience de laboratoire. Celui-ci reçoit, pendant 2 heures, une perfusion de 235 mg de glucose par minute. On mesure alors l'évolution de la glycémie dans le sang de l'artère hépatique.

On admet que l'évolution de la glycémie (exprimée en mmol.L^{-1}) en fonction du temps écoulé (exprimé en minutes) à partir du début de la perfusion est représentée par la fonction :

$$f(t) = 4,4 + 0,12te^{-\frac{1}{60}t}.$$

1) Au bout de combien de temps la glycémie est-elle maximale ? Quelle est alors cette glycémie ?

Répondre aux questions suivantes après avoir indiqué sur le graphique les constructions utiles.

2) Quelle est la glycémie au bout de 45 minutes ?

3) **a.** Soit G_0 la valeur initiale de la glycémie, combien faut-il de temps pour que la glycémie atteigne la valeur G_1 supérieure de 50% à la valeur initiale G_0 ?

b. Combien de temps la glycémie reste-t-elle supérieure à la valeur G_1 définie ci-dessus ?