

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.*

EXERCICE (8 points)

Au cours d'une enquête auprès de 250 personnes sans domicile fixe fréquentant les centres d'hébergement ou les distributions de repas chauds en janvier 2001, on a relevé que :

- 82 % de ces personnes déclarent avoir une carte de sécurité sociale à leur nom et non périmée ou être inscrites sur la carte d'une autre personne ;
- 6 % ont une carte périmée ou en cours de demande ;
- 11 personnes sont inscrites sur la carte de sécurité sociale d'une autre personne.

D'autre part, parmi ces personnes, certaines bénéficient de la couverture maladie universelle (CMU).

PARTIE A :

1. Parmi les 250 personnes ayant participé à l'enquête, 194 ont une carte de sécurité sociale à leur nom et non périmée. Justifier ce nombre par un calcul.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant, en donnant le nombre de personnes de chaque catégorie :

	Bénéficie de la CMU	Ne bénéficie pas de la CMU	Total
A une carte de sécurité sociale à son nom et non périmée	52		
Est inscrit sur la carte d'une autre personne		5	11
A une carte périmée	3		
A une carte de sécurité sociale en cours de demande	4		8
N'a pas de carte de sécurité sociale et n'en n'a pas fait la demande		17	
Total			250

Source : site www.insee.fr

3. Parmi les personnes bénéficiant de la CMU, quel est le pourcentage de celles qui sont inscrites sur la carte d'une autre personne ? (*Le résultat sera donné à 0,1 près*)

PARTIE B :

Pour réaliser cette enquête, chaque personne interrogée a complété une fiche de renseignements. Les 250 fiches ont été rassemblées. De l'ensemble de ces fiches, on en tire une au hasard ; chacune a la même probabilité d'être tirée.

On considère les événements suivants :

A : « La fiche est celle d'une personne bénéficiant de la C.M.U » ;

B : « La fiche est celle d'une personne inscrite sur la carte d'une autre personne ».

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale exacte.

1. Écrire les événements suivants à l'aide d'une phrase : $A \cap B$; $A \cup B$.
2. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants : A ; B ; $A \cap B$.
3. En déduire la probabilité de l'événement $A \cup B$.

PROBLÈME (12 points)

PARTIE A :

Cette partie concerne l'étude et la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $\left[0; \frac{5}{2}\right]$ par : $f(x) = \ln(4x + 1) - x + 1$.

1. Calculer $f'(x)$ et vérifier que : $f'(x) = \frac{-4x + 3}{4x + 1}$.

2. a) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

b) Etudier le signe de $f'(x)$.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $\left[0; \frac{5}{2}\right]$.

(Les valeurs utiles de $f(x)$ seront données sous forme exacte.)

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 10^{-2} près) :

x	0	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5
$f(x)$		1,60			1,45	1,20	

4. Sur la feuille de papier millimétré fournie, tracer la courbe représentative de la fonction f en prenant pour unité graphique 5 cm pour 1 unité sur les deux axes.

PARTIE B :

Dans cette partie, on utilise les résultats précédents pour étudier la glycémie (taux de glucose sanguin) d'une personne observée après ingestion de sirop de glucose.

On suppose que cette glycémie (en g.L^{-1}) en fonction du temps x (en heures) est donnée par $f(x) = \ln(4x + 1) - x + 1$ où x varie dans l'intervalle $\left[0; \frac{5}{2}\right]$.

1. Déterminer l'instant (en minutes) auquel la glycémie de cette personne est maximale.
2. Toute modification de la glycémie qui s'écarte de 25% de la valeur moyenne de 1g.L^{-1} provoque des perturbations plus ou moins graves chez l'homme.
Déterminer l'intervalle dans lequel doit rester la glycémie pour éviter toute perturbation.
3. Une glycémie supérieure à $1,25\text{ g.L}^{-1}$ est appelée hyperglycémie; une glycémie inférieure à $0,75\text{ g.L}^{-1}$ est appelée hypoglycémie.

a) Déterminer graphiquement le ou les intervalles de temps (en heures) pendant lesquels la personne observée est en hyperglycémie (faire apparaître les traits de construction utiles).

b) Même question pour l'hypoglycémie.

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.*

EXERCICE (8 points)

La Direction Générale de l'Action Sociale du Ministère de la Santé et des Affaires Sociales publie chaque année une synthèse de l'activité des CAT (Centres d'Aide par le Travail) : ces centres sont des établissements médico-sociaux qui accueillent des travailleurs handicapés.

Le tableau suivant présente la répartition des travailleurs handicapés en fonction de leur déficience dans les différentes régions de France (métropole uniquement) pour l'année 1998 :

	Retard mental			Autres déficiences du psychisme	Autres déficiences	TOTAL
	Léger	Moyen	Profond			
ALSACE	504	1 018	408	369	282	2 581
AQUITAINE	1 396	1 688	403	615	937	5 039
AUVERGNE	485	956	355	228	439	2 463
BASSE NORMANDIE	760	1 386	382	335	263	3 126
BOURGOGNE	657	1 277	221	223	250	2 628
BRETAGNE	1 411	1 950	504	499	675	5 039
CENTRE	873	1 528	437	482	444	3 764
CHAMPAGNE ARDENNE	603	968	235	286	235	2 327
FRANCHE COMTE	479	756	223	153	191	1 802
HAUTE NORMANDIE	193	946	198	159	163	1 659
ILE DE FRANCE	2 048	3 605	449	1 808	2 539	10 449
LANGUEDOC ROUSSILLON	747	1 530	599	526	619	4 021
LIMOUSIN	521	603	130	115	275	1 644
LORRAINE	589	1 901	873	400	533	4 296
MIDI PYRENEES	1 222	1 385	367	656	905	4 535
NORD PAS-de-CALAIS	2 573	2 641	911	820	653	7 598
PAYS DE LA LOIRE	896	2 479	589	522	630	5 116
PICARDIE	395	1 683	337	504	484	3 403
POITOU CHARENTES	637	1 189	211	313	398	2 748
PROVENCE ALPES COTE d'AZUR	1 005	1 884	670	1 000	923	5 482
RHONE ALPES	1 213	2 339	1 280	1 140	1 383	7 355
TOTAL	19 207	33 712	9 782	11 153	13 221	87 075

(Source : publication Info-Dgas 73 du Ministère de la Santé disponible sur <http://www.sante.gouv.fr>).

1. Dans cette question, arrondir les résultats à 1 % près.

a) Calculer le pourcentage de travailleurs handicapés ayant un retard mental léger parmi tous les travailleurs handicapés de France.

b) Calculer le pourcentage de travailleurs handicapés ayant un retard mental léger parmi tous les travailleurs handicapés du Nord Pas-de-Calais.

Dans toute la suite de l'exercice, les résultats seront arrondis à 0,001 près.

2. On choisit au hasard un travailleur handicapé en France ; on considère les événements suivants :

A : « Le travailleur handicapé a un retard mental profond » ;

B : « Le travailleur handicapé est dans un CAT d'Ile de France ».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B .

b) Définir par une phrase les événements \overline{B} et $A \cap \overline{B}$.

c) Calculer la probabilité des événements \overline{B} et $A \cap \overline{B}$.

3. On choisit au hasard un travailleur handicapé ayant un retard mental léger. Calculer la probabilité qu'il travaille dans le Nord Pas-de-Calais.

PROBLÈME (12 points)

La partie A est indépendante des parties B et C.

PARTIE A :

1. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle (E) $y' = 0,18 y$ où y est une fonction dérivable sur \mathbb{R} de la variable réelle t .

2. Déterminer la solution particulière de (E) qui vérifie $y(0) = \frac{5}{3}$.

PARTIE B :

On considère la fonction f définie sur $[10 ; 38]$ par $f(t) = \frac{5}{3}e^{0,18t}$.

1. a) Calculer $f'(t)$.

b) Etudier le signe de $f'(t)$.

c) Dresser le tableau de variation de f sur $[10 ; 38]$. On y indiquera les valeurs exactes de $f(10)$ et $f(38)$.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à la dizaine près.

t	10	20	25	30	32	35	38
$f(t)$			150			910	

3. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :

- en abscisse : 1cm pour 5 unités ;
- en ordonnée : 1cm pour 100 unités.

PARTIE C :

Au début de la croissance d'une espèce donnée de coton, on estime que la masse exprimée en grammes, de la plante est donnée en fonction du temps t , exprimé en jours, par la formule : $f(t) = \frac{5}{3}e^{0,18t}$ où t varie de 10 à 38 .

1. En utilisant le graphique de la partie B, déterminer le jour où la masse est de 250 g. On laissera apparentes les constructions utiles.

2. Pour retrouver ce résultat par le calcul, il faut résoudre une équation.

a) Écrire cette équation.

b) Résoudre cette équation.

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (9 points)

L'objectif de l'exercice est d'exploiter les données statistiques fournies par le diagramme circulaire et l'histogramme de l'annexe, auxquels on se référera pour répondre aux questions posées.

1. Depuis le 1^{er} janvier 2002, date de la mise en place de l'Allocation Personnalisée d'Autonomie dans le département de l'Aude, la commission d'attribution a statué sur 10 400 dossiers de demande. Fin août 2003, 5900 personnes bénéficiaient de l'APA.

En utilisant le diagramme circulaire de l'annexe, calculer le nombre de personnes bénéficiant de l'APA à leur domicile puis le nombre de personnes bénéficiant de l'APA en établissement.

2. Sur l'histogramme de l'annexe les résultats sont des nombres entiers.

En utilisant cet histogramme, reproduire et compléter le tableau suivant :

Tranches d'âges	[60 ; 75[[75 ; 85[[85 ; 95[[95 ; 100[Total
Bénéficiaires à domicile (en %)	17				100
Bénéficiaires en établissement (en %)	12				100

3. Dans cette question, arrondir les résultats à l'unité près.

a) Calculer le nombre de personnes âgées de 75 à 85 ans qui bénéficient de l'APA à leur domicile.

b) Quel est le nombre total de personnes de la tranche d'âge [75 ; 85[qui bénéficient de l'APA ?

c) Après avoir effectué les calculs nécessaires, reproduire et compléter le tableau suivant :

Tranches d'âges	[60 ; 75[[75 ; 85[[85 ; 95[[95 ; 100[Total
Nombre de bénéficiaires à domicile			1 322		
Nombre de bénéficiaires en établissement				149	
Total					5 900

4. Sur le document accompagnant cette étude statistique, on peut lire : « Si l'APA est accessible à partir de 60 ans, ce sont majoritairement les personnes de plus de 75 ans qui en bénéficient. En effet, plus de 85% des allocataires ont dépassé cet âge ».

Ces deux affirmations sont-elles exactes ? (justifier par le calcul).

5. On choisit au hasard une personne bénéficiant de l'APA. On note E et F les événements suivants :

E : « la personne est dans la tranche d'âge [85 ; 95[» ;

F : « la personne bénéficie de l'APA à domicile ».

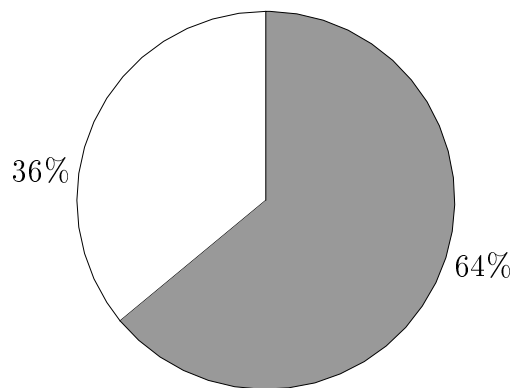
Dans cette question, arrondir les résultats à 0,01 près.

- a) Calculer la probabilité de chaque événement E et F .
- b) Définir par une phrase chacun des événements : $E \cup F$ et $E \cap F$.
- c) Calculer la probabilité $P(E \cap F)$ et en déduire la probabilité $P(E \cup F)$.

ANNEXE

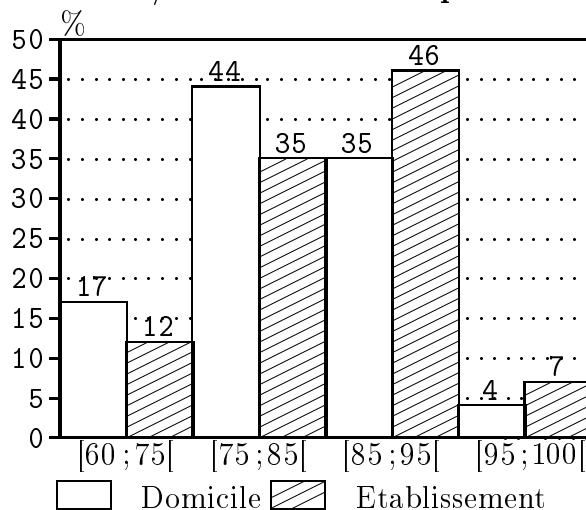
L'Allocation Personnalisée d'Autonomie dans le département de l'Aude en 2003

Répartition des allocataires de l'APA.



- Allocataires à domicile
- Allocataires en établissement

Répartition de l'APA domicile/établissement en pourcentage par tranches d'âge



Source : *Supplément de PERSPECTIVES n° 114* édité par le Conseil Général de l'Aude.

PROBLÈME (11 points)

PARTIE A : ÉTUDE D'UNE FONCTION

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0 ; 120]$ par $f(t) = 10^5 e^{-0,05t}$.

1. a) Vérifier que $f'(t) = -5.10^3 e^{-0,05t}$.

b) Etudier le signe de $f'(t)$.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f dans lequel seront notées les valeurs exactes de $f(0)$ et de $f(120)$.

2. Reproduire et compléter le tableau des valeurs suivants (*les résultats seront donnés à la dizaine près*) :

t	0	15	30	45	60	75	90	120
$f(t)$		47 240	22 310		4 980			250

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal avec pour unités :

- 1 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses ;
- 2 cm pour 10^4 unités sur l'axe des ordonnées.

Tracer soigneusement sur la feuille de papier millimétré fournie avec le sujet la courbe représentative de la fonction f dans ce repère.

PARTIE B : APPLICATION

La destruction de cellules bactériennes par la chaleur peut-être mise en évidence en chauffant à une température donnée, pendant des durées variables, une suspension de telles cellules et en dénombrant les survivants.

On admet que $f(t)$ est une approximation convenable du nombre de survivants à l'instant t (t exprimé en minutes).

1. a) Quel est le nombre de bactéries à l'instant initial ?

b) Quel est le nombre de survivants au bout de 2 heures de chauffage ?

c) Peut-on dire qu'au bout d'une heure le nombre de bactéries a été divisé par 20 ?

2. a) Déterminer graphiquement, en laissant apparentes les constructions utiles, le temps nécessaire pour que le nombre de survivants soit égal à 10^4 .

b) Retrouver par le calcul la réponse à la question précédente (2. a). (*Le résultat sera arrondi à l'unité près*).

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

Un Centre Communal d'Action Sociale gère un fichier de 450 enfants (filles et garçons) de moins de 10 ans qui participent chaque mercredi après-midi, dans différents sites, à l'une des catégories d'activités suivantes :

- Activités de plein air ;
- Activités culturelles ;
- Activités manuelles.

Les inscriptions se font chaque trimestre et une seule catégorie d'activités est permise.

Pour le premier trimestre de l'année 2003-2004 on observe que :

- 60% des enfants sont inscrits pour les activités de plein air et 30% sont inscrits pour les activités manuelles ;
- Pour les activités de plein air, il y a autant de filles que de garçons inscrits ;
- 56% des enfants inscrits sont des garçons ;
- 20% des enfants inscrits pour les activités culturelles sont des filles.

- 1) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la répartition des fiches d'inscription pour le premier trimestre de l'année 2003-2004 :

	Activités de plein air	Activités culturelles	Activités manuelles	Total
Garçons				
Filles				
Total				450

(Dans les questions suivantes les résultats seront donnés sous forme décimale exacte).

- 2) On tire au hasard une des 450 fiches d'inscription et on considère les événements suivants :

A : « La fiche tirée est celle d'un enfant ayant choisi les activités manuelles »,

B : « La fiche tirée est celle d'une fille ».

a. Écrire chaque événement suivant à l'aide d'une phrase : \overline{B} , $A \cap B$, $A \cup B$.

b. Calculer la probabilité de chaque événement : A , B , $A \cap B$.

c. Dédire des résultats de la question précédente la probabilité de l'événement $A \cup B$.

- 3) On tire maintenant au hasard une des fiches d'un enfant pratiquant une activité manuelle. Quelle est la probabilité que ce soit celle d'une fille ?

PROBLÈME (12 points)

PARTIE A – ÉTUDE D'UNE FONCTION

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0; 40]$, par $f(x) = 500(1 - e^{-0,2x})$ et on note C la courbe représentative de cette fonction dans un repère orthogonal du plan.

- 1)
 - a. Calculer $f'(x)$.
 - b. Étudier le signe de $f'(x)$.
 - c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur son intervalle de définition (*les valeurs utiles de $f(x)$ seront données sous forme exacte*).
- 2) Recopier et compléter le tableau suivant (*les résultats seront arrondis à l'unité*) :

x	0	1	2	5	10	15	20	30	40
$f(x)$		91			432		491	499	500

- 3) Tracer la courbe C en prenant pour unités graphiques :
 - 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
 - 1 cm pour 50 unités sur l'axe des ordonnées.
- 4) On veut résoudre l'équation $f(x) = 375$.
 - a. Résoudre cette équation en utilisant la courbe C (faire apparaître les constructions utiles sur le graphique).
 - b. Résoudre cette équation par le calcul.

PARTIE B – APPLICATION

Lors de l'étude de la progression d'une épidémie de grippe sur une population de 1500 personnes, on a établi que le nombre d'individus ayant été contaminés depuis le début de l'épidémie est donné, à la date t , exprimée en jours, par $f(t) = 500(1 - e^{-0,2t})$ pour t compris entre 0 et 20.

(*Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis à 1 unité près*)

- 1) Combien de personnes ont-elles été contaminées après 1 jour d'épidémie ? après 5 jours ?
- 2) De quel pourcentage a augmenté le nombre de personnes contaminées entre le premier et le cinquième jour de l'épidémie ?
- 3) Quel pourcentage de la population étudiée a-t-il été contaminé au bout de 10 jours d'épidémie ?
- 4) Au bout de combien de jours d'épidémie le quart de la population est-il contaminé ?

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.*

EXERCICE (8 points)

Une étude dans un centre médico-social a porté sur un échantillon de 308 cas d'hospitalisation pour ingestion de produits toxiques chez l'enfant de 0 à 5 ans.

Pour cet échantillon, on a les informations suivantes :

- 180 enfants sont des garçons ;
- 37,5 % des filles sont âgées de 3 à 5 ans ;
- parmi les enfants de 3 à 5 ans, un tiers sont des filles ;
- 25% des enfants de l'échantillon sont des filles de 1 à 3 ans ;
- parmi les enfants de 0 à 12 mois, il y a autant de filles que de garçons.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Age	Garçons	Filles	Total
0 à 12 mois			
1 à 3 ans			
3 à 5 ans			
Total			308

2) Les 308 enfants de l'échantillon ont été détectés parmi les 4 912 enfants de 0 à 5 ans qui ont été reçus au centre médico-social pour diverses affections.

Déterminer pour ce centre médico-social le pourcentage de cas d'intoxications par ingestion de produits toxiques chez les enfants de 0 à 5 ans (on donnera ce résultat sous forme décimale arrondie au dixième près).

Dans les questions suivantes les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 10^{-2} près.

3) On choisit au hasard un des 308 enfants de l'échantillon étudié. Chaque enfant a la même probabilité d'être choisi.

- a. On note A l'évènement suivant : « l'enfant choisi est une fille ». Calculer la probabilité de l'évènement A .
- b. On note B l'évènement suivant : « l'enfant choisi a entre 3 et 5 ans ». Calculer la probabilité de l'évènement B .
- c. Traduire par une phrase l'évènement $A \cup B$ et calculer sa probabilité.
- d. Traduire par une phrase l'évènement $\overline{A} \cap B$ et calculer sa probabilité.

4) On choisit au hasard un enfant de moins de 3 ans parmi les 308 enfants de l'échantillon étudié. Calculer la probabilité que cet enfant de moins de 3 ans soit une fille.

PROBLÈME (12 points)

PARTIE A – ÉTUDE D'UNE FONCTION

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par : $f(t) = 8te^{\frac{1}{2}t} + 2$.

- 1) Calculer les valeurs exactes de $f(0)$, $f(2)$, $f(10)$.
- 2) Calculer $f'(t)$ et vérifier que : $f'(t) = 4(2 - t)e^{\frac{1}{2}t}$.
- 3) Résoudre l'équation $f'(t) = 0$.
- 4) Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[0 ; 10]$.
- 5) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- 6) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (*arrondir les résultats à 0,1 près*).

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4	6	8	10
$f(t)$		5,1		7,7		7,4	6,3		3,2	

- 7) On appelle (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal d'unités graphiques 2 cm.
Tracer la courbe (C) sur la feuille de papier millimétré fournie.

PARTIE B – APPLICATION

L'ADH est une hormone d'origine hypothalamique intervenant dans la régulation de l'eau dans l'organisme.

Lors d'une hémorragie accidentelle chez l'homme, on a enregistré le taux d'ADH présent dans le sang. On admet que ce taux d'ADH (en $\mu\text{g/ml}$) en fonction du temps t (en minutes) écoulé après l'hémorragie est donné par : $f(t) = 8te^{-\frac{1}{2}t} + 2$.

- 1) Calculer le taux d'ADH présent dans le sang cinq minutes après l'hémorragie.
- 2) Au bout de combien de minutes le taux est-il maximal ? Quel est ce taux ?
- 3) Pendant combien de temps (en minutes, secondes) le taux d'ADH est-il supérieur à $6 \mu\text{g/ml}$?
On utilisera la représentation graphique et on fera apparaître les tracés utiles.