Bac SMS : Mathématiques – Métropole – Juin 2003

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

Un lycée lance une enquête pour connaître les poursuites d'études suivies par les 54 élèves reçus au baccalauréat SMS en 2002.

Pour les 54 élèves lauréats, on a obtenu les renseignements suivants :

- 14 filles et 1 garçon sont en école d'infirmière,
- 18 filles et 3 garçons sont en BTS ESF,
- 12 filles sont entrées dans la vie active,
- aucun garçon n'est entré dans la vie active,
- tous les garçons ont répondu.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Fille	Garçon	Total
En école d'infirmière			15
En BTS ESF			
Dans la vie active			
Pas de réponse			
Total			54

2) Calculer le pourcentage de lauréats ayant répondu à l'enquête. Arrondir le résultat à 0,1 près.

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 0,01 près.

3) On choisit au hasard un élève parmi les 54 lauréats et on considère les événements suivants :

A : « Le lauréat est un garçon » ;
B : « Le lauréat a répondu qu'il est en école d'infirmière » ;
C : « Le lauréat est un garçon en BTS ESF » ;
D : « Le lauréat est une fille qui a répondu être en école d'infirmière ».

a) Écrire l'événement D à l'aide des événements A et B.

b) Calculer la probabilité de chacun des événements A, B, C et D.

c) Décrire l'événement $\overline{A} \cup B$ à l'aide d'une phrase. Calculer la probabilité de cet événement.

4) On choisit au hasard un lauréat qui a répondu être en école d'infirmière. Calculer la probabilité que ce lauréat soit une fille.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,22]$ par : $f(x) = (960 - 40x)\,\mathrm{e}^{0{,}25x}$.

1) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = (200 - 10x)\,\mathrm{e}^{0{,}25x}$.

2) **a)** Résoudre l'équation : $f'(x) = 0$.

b) Etudier le signe de $f'(x)$.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,22]$.

3) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à la centaine près) :

x	0	4	8	12	16	20	22
$f(x)$			4 700	9 600	17 500		

4) Tracer la courbe représentative de la fonction f ; on prendra pour unités graphiques :

- 1 cm en abscisses pour 2 unités ;
- 1 cm en ordonnées pour 2 000 unités.

PARTIE B

Les bactéries se multiplient dans le lait et finissent par le transformer en lait caillé. On admet que pendant 22 heures le nombre de germes par millilitre (mL), pour un temps x en heures, est donné par : $f(x) = (960 - 40x)\,\mathrm{e}^{0{,}25x}$.

1) En utilisant la **Partie A**, peut-on dire qu'au bout de 4 heures, la quantité de germes par mL a plus que doublé ? Justifier la réponse.

2) Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, déterminer au bout de combien de temps le nombre de germes par mL est égal à 12 000.

3) On sait que le lait se met à cailler 5 heures après que la quantité maximale de germes par mL ait été atteinte. Déterminer, dans ce cas précis, à quel moment le lait se met à cailler.

Bac SMS : Mathématiques – Antilles – Juin 2003

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

Devant le nombre croissant de cas de diabètes aux USA, une enquête sur la santé de la population a été effectuée. Les résultats suivants ont été obtenus en interrogeant 3 000 personnes qui ont entre 18 et 90 ans :

- 36 % des personnes interrogées ont entre 18 et 39 ans, et parmi celles ci, 5 % sont diabétiques ;
- Le nombre de diabétiques ayant entre 40 et 59 ans est le triple de celui des diabétiques ayant entre 18 et 39 ans ;
- Au total, le nombre de personnes non diabétiques est 2 575 mais, parmi elles, seulement 987 personnes, ont entre 40 et 59 ans.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Diabétiques	Non diabétiques	Total
18 - 39 ans			
40 - 59 ans			1 149
60 - 90 ans			
Total		2 575	3 000

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,01 près.

2) On choisit, au hasard, une personne parmi les 3 000 interrogées, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.

a) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « La personne choisie est diabétique ».
B : « La personne choisie a entre 40 et 59 ans ».
C : « La personne choisie est diabétique et a entre 40 et 59 ans ».

b) Définir par une phrase les événements $\overline{A}$ et $A \cup B$.

c) Calculer la probabilité de chacun des événements $\overline{A}$ et $A \cup B$.

3) On choisit une personne au hasard parmi les personnes âgées de 60 à 90 ans. Quelle est la probabilité pour qu'elle soit diabétique ?

PROBLEME (12 points)

PARTIE A : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [15; 40]$ par : $f(x) = -3x - 318 + 120\ln(x + 10)$.

1) Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \dfrac{3(30 - x)}{x + 10}$.

2) a) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

b) Déterminer le signe de $f'(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.

c) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle I.

3) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les résultats à 0,1 près :

x	15	20	25	30	35	40
$f(x)$	23,3				33,8	

4) Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant comme unités graphiques :

- 2 cm pour 5 unités sur l'axe des abscisses,
- 1 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées ; on graduera cet axe à partir de 20.

PARTIE B : Application

On suppose que le pourcentage de femmes fumant du tabac quotidiennement en fonction de l'âge x (en années), depuis 15 ans jusqu'à 40 ans, est le nombre $f(x)$ donné par la formule suivante :

$$f(x) = -3x - 318 + 120\ln(x + 10).$$

1) Déterminer l'âge pour lequel le pourcentage de fumeuses est maximal. Justifier la réponse.

2) Calculer le pourcentage de femmes de 23 ans fumant du tabac quotidiennement ; donner la réponse à 1% près.

3) A l'aide du graphique de la **Partie A** et en faisant apparaître les traits de construction nécessaires, déterminer à partir de quel âge plus d'un quart des femmes fument quotidiennement (donner la réponse à un an près).

Bac SMS : Mathématiques – Réunion – Juin 2003

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

Le tableau ci-dessous précise le nombre de personnes vivant avec le sida à la fin 2001 à travers le monde selon leur situation géographique :

Région	*Nombre de personnes atteintes (en millions)*
Afrique sub-saharienne	28,5
Afrique du Nord, et Moyen-Orient	0,5
Amérique Latine	1,5
Caraïbes	0,42
Amérique du Nord	0,95
Europe de l'Ouest	0,55
Europe orientale et Asie centrale	1
Asie de l'est et Pacifique	1
Asie du Sud et du sud-est	5,6
Australie et Nouvelle-Zélande	0,015

1) Quel est le nombre total de personnes vivant avec le sida à la fin 2001 ? (réponse arrondie au million près)

2) A partir du tableau ci-dessus calculer le pourcentage de personnes vivant avec le sida résidant en Afrique sub-saharienne (réponse arrondie à 0,1 % près).

PARTIE B

Début 2002 on dispose des indications suivantes sur les personnes vivant avec le sida en 2001 :

- 40 millions de personnes vivaient avec le sida, dont 3 millions avaient moins de 15 ans.
- Parmi les 5 millions de nouveaux cas apparus en 2001, 0,8 millions avaient moins de 15 ans.

1) A l'aide des données ci-dessus, reproduire et compléter le tableau suivant en prenant comme unité le million de personnes :

	Moins de 15 ans	15 ans ou plus	Total
Nouveaux cas apparus en 2001	0,8		
Cas antérieurs à 2001			
Total			40

Dans les questions suivantes, donner les résultats sous forme d'un nombre décimal.

2) On choisit au hasard une personne vivant avec le sida en 2001. On considère les événements suivants :

A : « la personne a moins de 15 ans » ;
B : « la personne a contracté le virus du sida durant l'année 2001 ».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ et calculer sa probabilité.

c) En déduire la probabilité de l'événement $A \cup B$.

3) On choisit au hasard une personne ayant contracté le virus du sida durant l'année 2001. Déterminer la probabilité pour que cette personne ait moins de 15 ans.

Les données numériques de cet exercice sont extraites des estimations de l'épidémie mondiale du sida, publiées en 2002 par 1'ONUSIDA.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,5{,}5]$ par : $f(t) = (6-t)e^{0{,}5t} - 6$.

1) Calculer la dérivée puis montrer que, pour tout t de $[0\,;5{,}5]$: $f'(t) = \frac{1}{2}e^{0{,}5t}(4-t)$.

2) Etudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0\,;\,5{,}5]$.

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (*Donner les valeurs approchées arrondies au dixième*) :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	4,5	5	5,5
$f(t)$	0	1,1	2,2	3,5		6,2				6,2	

5) Sur la feuille de papier millimétré, tracer la courbe C représentative de la fonction f dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

PARTIE B

Un médicament X est produit dans un laboratoire. Pour étudier la durée d'efficacité de ce produit, on a relevé la quantité du principe actif du médicament présente dans le sang d'un malade au cours du temps.

On admet que le nombre $f(t)$ défini par la fonction f de la **partie A** de ce problème donne, en milligrammes, la quantité de ce principe actif présente dans le sang en fonction du temps t, exprimé en heures, écoulé depuis la prise du médicament.

Pour la suite du problème, les constructions utiles seront laissées apparentes.

1) a) Déterminer graphiquement la quantité du principe actif du médicament présente dans le sang du malade au bout de trois heures et quart.

b) Calculer, arrondie au dixième, la valeur de la quantité obtenue à la question précédente (1.a).

2) Déterminer par le calcul l'instant auquel la quantité de principe actif est maximale et donner cette valeur maximale arrondie au dixième.

3) Le laboratoire indique que l'efficacité du médicament X est optimale tant que la quantité du principe actif présente dans le sang du malade est supérieure ou égale à 3 mg. Déterminer graphiquement durant combien de temps ce médicament est efficace (exprimer la durée en heures et minutes).

Bac SMS : Mathématiques – Métropole – Septembre 2003

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

1. Le tableau suivant donne le nombre de diplômes de certaines professions de santé délivrés en 2000 dans la région Languedoc-Roussillon.

Profession de santé	Aide-soignants	Auxiliaires de puériculture	Masseurs kinésithérapeutes	Infirmiers	Total
Nombre de diplômes	531	37		500	1 141

Quel a été en 2000, le nombre de personnes ayant reçu le diplôme de masseur-kinésithérapeute ?

2. Le tableau suivant donne le pourcentage de femmes parmi les diplômés de ces professions de santé :

Profession de santé	Aide-soignants	Auxiliaires de puériculture	Masseurs kinésithérapeutes	Infirmiers	Total
Pourcentage de femmes	86,2 %	97,3%	27,4%	84,8%	82,2%

Reproduire et compléter le tableau d'effectifs suivant (arrondir à l'entier le plus proche) :

Profession de santé	Aide-soignants	Auxiliaires de puériculture	Masseurs kinésithérapeutes	Infirmiers	Total
Hommes					
Femmes					938
Total	531				1 141

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,01 près.

3. On choisit au hasard une personne parmi ces 1 141 personnes diplômées en 2000.
On considère les événements suivants :

A : « La personne a reçu le diplôme d'aide-soignant » ;
B : « La personne est une femme ».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b) Définir par une phrase chacun des événements $A \cap B$ et $\overline{B}$.

c) Calculer la probabilité de chacun des événements $A \cap B$ et $\overline{B}$.

4. On choisit au hasard une personne ayant reçu le diplôme d'infirmier en 2000. Calculer la probabilité pour que cette personne soit un homme.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 15]$ par : $f(x) = 2,4\ln(1,3x+1)$.

1. Calculer la dérivée et montrer que pour tout x de $[0\ ;\ 15]$ on a : $f(x) = \dfrac{3,12}{1,3x+1}$.

2. Etudier le signe de $f'(x)$.

3. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 15]$.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (*les résultats seront arrondis à 0,1 près*) :

x	0	2	4	6	10	12	15
$f(x)$		3,1			6,3		

5. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal d'unités graphiques :

1 cm pour 1 unité en abscisses ;
2 cm pour 1 unité en ordonnées.

PARTIE B

Un médicament contre le diabète entraîne une prise de poids chez les patients traités avec ce produit. Une étude sur un échantillon de patients a mis en évidence que l'augmentation de poids (*en nombre de kilogrammes*) en fonction du nombre x d'années de traitement est donnée par :

$$f(x) = 2,4\ln(1,3x+1).$$

1. Calculer l'augmentation de poids au bout d'un an de traitement.

2. Déterminer graphiquement en laissant apparentes les constructions utiles :

a) L'augmentation du poids du patient si celui-ci suit le traitement pendant 5 ans.

b) Au bout de combien d'années le poids aura augmenté de 6 kg.

3. Pour retrouver le résultat de la question **2**. b) par le calcul il faut résoudre une équation.

a) Quelle est cette équation ?

b) Répondre à la question **2**. b) par la résolution de cette équation.

Bac SMS : Mathématiques – Antilles – Septembre 2003

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (8 points)

Depuis quelques années, les médecins se sont engagés à prescrire à leurs patients davantage de médicaments génériques afin de limiter les dépenses de santé qui sont une part importante du budget de la Sécurité Sociale en France.

Depuis, ce marché a pris un certain essor. Dans le tableau suivant, a été indiqué, le nombre de boîtes de médicaments vendues dans les pharmacies en France, en millions (*arrondis à 100 000 unités près*) et par trimestre pour les années 2000, 2001 et 2002.

Année	2000				2001				2002			
Rang du trimestre x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre y_i	22,8	22,4	23	32,8	33,1	30,9	28,2	40	39,4	37	39,8	40,6

1. Représenter le nuage de points associé à cette série dans un repère orthogonal en prenant pour unités :

- 1 cm pour 1 rang de trimestre sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour 1 million de boîtes sur l'axe des ordonnées, en commençant la graduation à 22.

2. On appelle G_1 le point moyen des six premiers points du nuage et G_2 le point moyen des six derniers points.

a) Calculer les coordonnées de G_1 et celles de G_2.

b) Placer ces points sur la figure et tracer la droite (G_1G_2).

3. Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) peut s'écrire : $y = \frac{5}{3}x + \frac{65}{3}$.

4. On admet que la droite (G_1G_2) donne un bon ajustement affine du nuage et permet une bonne estimation du nombre de boîtes de médicaments génériques vendues pour les quatre prochains trimestres.

En utilisant graphiquement la droite (G_1G_2) et en faisant apparaître sur la figure les constructions utiles, donner une estimation du nombre de boîtes de médicaments génériques qui ont dû être vendues en France durant le premier trimestre 2003.

PROBLÈME (12 points)

Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;4]$ par : $f(t) = 1 + 20te^{-t}$.

1. Calculer $f'(t)$ et montrer que $f'(t) = 20e^{-t}(1-t)$.

2. **a)** Résoudre l'équation : $f'(t) = 0$.

b) Etudier le signe de $f'(t)$.

3. Dresser le tableau de variation de la fonction f dans lequel on précisera les valeurs exactes de $f(1)$ et $f(4)$.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (*arrondir les résultats à 0,1 près*) :

t	0	0,25	0,5	1	1,5	2	3	4
$f(t)$			7,1			6,4		

5. Tracer la courbe représentative de f ; on prendra pour unités graphiques :
- 4 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
- 2 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B : Application biologique

Un laboratoire travaillant pour une entreprise d'agro-alimentaire teste un procédé de destruction d'une souche bactérienne S_1. Pour cela, il se propose d'utiliser une deuxième souche bactérienne S_2 capable de synthétiser et libérer un antibiotique dans le milieu de culture. Afin de vérifier que la souche S_1 est sensible à cet antibiotique, les deux souches bactériennes sont mises en culture simultanément pendant 4 heures ; on suit leur croissance au cours du temps en appréciant le nombre de cellules.
On obtient ainsi deux courbes de croissance C_1 et C_2 correspondant respectivement aux deux fonctions suivantes :

Souche S_1 : $f(t) = 1 + 20te^{-t}$,
Souche S_2 : $g(t) = 2t + 1$,

où le temps t est donné en heures, $f(t)$ et $g(t)$ en milliers de cellules.

1. A l'aide de la partie **A**, déterminer l'instant auquel le nombre de cellules de la souche S_1 est maximal.

2. Calculer $g(0)$ et $g(2)$. Que peut-on dire de la courbe C_2 ? Tracer C_2 sur le dessin de la partie **A**.

3. a) Déterminer graphiquement à quels instants les nombres de cellules des deux souches bactériennes sont égaux (*exprimer les résultats en heures et minutes*).

b) Retrouver les résultats de la question **3.** a) par le calcul.