

## Bac SMS : Mathématiques – Métropole – Juin 2002

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.*

*Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.*

### EXERCICE (8 points)

Chaque année, l'INSERM publie la répartition des causes médicales de décès pour toute la France. Le tableau ci-dessous précise, pour l'année 1998, les différences entre sexes :

	Hommes	Femmes	Total
Maladies infectieuses et parasitaires	4 071	3 917	7 988
Tumeurs	89 310	58 371	147 681
Maladies endocriniennes, troubles immunitaires	6 296	9 774	16 070
Troubles mentaux	5 814	8 754	14 568
Maladies du système nerveux	6 867	8 664	15 531
Maladies de l'appareil circulatoire	76 653	89 646	166 299
Maladies de l'appareil respiratoire	22 031	21 283	43 314
Maladies de l'appareil digestif	13 937	12 257	26 194
Traumatismes et empoisonnements	26 388	17 720	44 108
Autres maladies	22 832	29 418	52 250
TOTAL	274 199	259 804	534 003

(Source : INSERM – Service SC8 : Service d'information sur les Causes Médicales de Décès)

1) Dans cette question, les résultats seront donnés à 0,1% près. Calculer le pourcentage :

- a) des hommes décédés d'un trouble mental parmi les hommes décédés en 1998 ;
- b) des femmes décédées d'une maladie de l'appareil digestif parmi les femmes décédées en 1998.

*Dans toute la suite, les résultats seront donnés à 0,001 près.*

2) On choisit au hasard un personne décédée en 1998. On considère les événements suivants :

$A$  : « la personne est une femme » ;

$B$  : « la personne est décédée d'une tumeur ou d'une maladie de l'appareil circulatoire ».

- a) Calculer la probabilité des événements  $A$  et  $B$ .
- b) Définir par une phrase les événements  $\bar{A}$  et  $\bar{A} \cap B$ , puis calculer leur probabilité.

3) On choisit au hasard une femme décédée en 1998. Déterminer la probabilité pour qu'elle ne soit pas décédée d'une tumeur.

## PROBLEME (12 points)

### Partie A : Étude d'une fonction.

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $I = [0; 4]$  par :  $f(x) = 1,8xe^{-x} + 0,9$ .

- 1) Calculer  $f'(x)$  et montrer que  $f'(x) = 1,8(1-x)e^{-x}$ .
- 2) Déterminer le signe de  $f'(x)$ .
- 3) Donner le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $I$ .
- 4) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les résultats à 0,01 près :

$x$	0	0,5	1	1,5	2	3	3,5	4
$f(x)$		1,45				1,17		1,03

- 5) On appelle  $C$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal du plan (unités graphiques : 3 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 10 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées).  
Tracer soigneusement la courbe  $C$  sur la feuille de papier millimétré fournie.

### Partie B : Application

L'hyperglycémie provoquée par voie orale (HGPO) est un examen médical qui étudie une augmentation provoquée de la glycémie. Celle-ci est dosée à jeun le matin, sans petit déjeuner, puis mesurée après ingestion de 75 grammes de glucose.

On admet que la courbe obtenue dans la **partie A** du problème représente les valeurs obtenues à partir de mesures réalisées chez un sujet en bonne santé.

Les valeurs de  $x$  représentent le temps écoulé, en heures, après l'ingestion des 75 grammes de glucose et les valeurs de  $f(x)$  représentent la glycémie en grammes par litre.

*Les questions suivantes sont à résoudre graphiquement en faisant apparaître les constructions utiles.*

- 1) Déterminer, à  $10^{-2}$  près, la glycémie de la personne examinée au bout de 2 heures 30 minutes.
- 2) Déterminer, à  $10^{-2}$  près, la valeur maximale de la glycémie. Au bout de combien de temps ce maximum est-il atteint ?
- 3) Durant combien de temps la glycémie est-elle supérieure à 1,4 gramme par litre ? (exprimer le résultat en heures et minutes).
- 4) Combien de temps doit s'écouler pour que la glycémie du sujet redescende en dessous de 1,10 gramme par litre ? (exprimer le résultat en heures et minutes).

**Bac SMS : Mathématiques – Antilles – Juin 2002**

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.*

*Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.*

**EXERCICE (8 points)**

Un institut de sondage a interrogé 800 personnes de la manière suivante :

- 25 % des personnes interrogées habitent en zone rurale, les autres en zone urbaine ;
- 60 % des personnes interrogées ont été consultées par téléphone, les autres personnes ayant été interrogées « en face à face » par un enquêteur ;
- 55 % des personnes habitant en zone urbaine ont été consultées par téléphone.

1) Reproduire et compléter le tableau d'effectifs suivant :

	Habitant en zone rurale	Habitant en zone urbaine	Total
Personnes interrogées par téléphone			
Personnes interrogées en « face à face »			
Total	200		800

2) Calculer le pourcentage de personnes habitant en zone rurale parmi celles qui ont été consultées par téléphone.

*Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés à 0,01 près.*

3) On choisit au hasard une personne interrogée.

a) Calculer la probabilité des événements suivants :

$R$  : « la personne choisie habite en zone rurale » ;

$T$  : « la personne choisie a été interrogée par téléphone ».

b) Décrire par une phrase les événements  $\bar{T}$  et  $T \cup R$ .

c) Calculer les probabilités  $P(\bar{T})$  et  $P(T \cup R)$ .

4) On choisit au hasard une personne interrogée « en face à face » par un enquêteur. Calculer la probabilité pour que cette personne habite en zone urbaine.

## PROBLEME (12 points)

### Partie A

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 400]$  par :

$$f(x) = 65 + 22 \ln(x + 1).$$

- 1)
  - a) Calculer  $f'(x)$ .
  - b) Étudier le signe de  $f'(x)$ .
  - c) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur son intervalle de définition.
- 2) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :  
(arrondir les valeurs de  $f(x)$  à l'entier le plus proche)

$x$	0	20	50	80	100	150	200	300	400
$f(x)$			152		167			191	

- 3) Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan rapporté à un repère orthogonal.  
(unités graphiques : 1 cm pour 20 unités en abscisse,  
1 cm pour 20 unités en ordonnée).

### Partie B

Lors d'une expérience on a mesuré la fréquence cardiaque, en battements par minute, d'un coureur de 400 mètres. Cette fréquence cardiaque est modélisée par la formule :

$$f(x) = 65 + 22 \ln(x + 1),$$

où  $x$  représente la distance parcourue depuis le départ ( $0 \leq x \leq 400$ ).

- 1) Utiliser les résultats de la **partie A** pour répondre aux questions suivantes :
  - a) Quelle est la fréquence cardiaque du sportif au départ de la course ?
  - b) Quelle est la fréquence cardiaque de ce sportif à la mi-course ?
- 2) On cherche au bout de combien de mètres la fréquence cardiaque du sportif est égale à 175 battements par minute.
  - a) Déterminer cette distance graphiquement (laisser apparaître les tracés utiles).
  - b) La retrouver par le calcul.
- 3) Déterminer par le calcul sur quelle distance la fréquence cardiaque du sportif est supérieure ou égale à 165 battements par minute.

<b>Bac SMS : Mathématiques – Réunion – Juin 2002</b>
--

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.*

*Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.*

**EXERCICE (8 points)**

A partir des résultats du recensement de 1990, on a établi les résultats suivants concernant les personnes vivant seules en France en 1990 :

- Les hommes de 25-29 ans représentent 9 % de ces personnes.
- Les hommes de 30-39 ans représentent 8 % de ces personnes.
- 61 % de ces personnes sont des femmes.
- 48 % de ces personnes sont âgées de plus de 60 ans et parmi celles-ci, les femmes sont trois fois plus nombreuses que les hommes.
- Il y a autant d'hommes que de femmes dans les tranches d'âges 40-60 ans et 25-29 ans parmi toutes ces personnes.

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant, en pourcentage, la répartition des personnes seules, en France en 1990, selon le sexe et l'âge :

	Hommes	Femmes	Total
25-29 ans			
30-39 ans	8		
40-60 ans			
60 et plus			
Total		61	<b>100</b>

*Dans les questions suivantes, on donnera les résultats sous forme décimale à 0,01 près.*

2) On choisit, au hasard, une personne parmi les personnes qui, en 1990, vivent seules en France.

a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

$A$  : « la personne est un homme » ;

$B$  : « la personne est âgée de plus de 60 ans » ;

$C$  : « la personne est une personne de plus de 60 ans ou un homme ».

b) Définir par une phrase les événements  $\overline{B}$  et  $A \cap \overline{B}$  puis calculer la probabilité de chacun de ces deux événements.

3) On choisit, au hasard, une femme parmi les femmes vivant seules en France en 1990. Quelle est la probabilité  $p$  qu'elle soit âgée de plus de 60 ans ?

## PROBLEME (12 points)

### Partie A

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 4]$  par  $f(t) = 2 + 2,75te^{1-t}$  et on appelle  $C$  sa courbe représentative.

- 1) Calculer la dérivée  $f'(t)$  et vérifier que  $f'(t) = 2,75(1-t)e^{1-t}$ .
- 2) Résoudre l'équation  $f'(t) = 0$ ; étudier le signe de  $f'(t)$  sur l'intervalle  $[0; 4]$ .
- 3) Donner le tableau de variation de  $f$ .
- 4) Déterminer le coefficient directeur de la tangente  $T$  à la courbe  $C$  au point d'abscisse 0.
- 5) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera des valeurs approchées à  $10^{-2}$  près) :

$t$	0	0,5	1	1,5	2	3	4
$f(t)$		4,27				3,12	2,55

- 6) Sur une feuille de papier millimétré construire la tangente  $T$  et la courbe  $C$ , en prenant 3 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

### Partie B

Pour vérifier le fonctionnement de la régulation de la glycémie chez un individu, on lui injecte une quantité importante de glucose; on mesure ensuite la concentration d'insuline plasmatique.

On constate que la concentration d'insuline plasmatique (unité non précisée) en fonction du temps  $t$  (exprimé en heures), est donnée par la fonction  $f$  étudiée dans la **partie A**.

- 1) Calculer la concentration d'insuline au bout de trois quarts d'heure (on donnera une valeur approchée à  $10^{-2}$  près).
- 2) Au bout de combien de temps la concentration d'insuline est-elle maximale?
- 3) Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la concentration d'insuline a doublé (indiquer sur le dessin de la **partie A** les traits de construction utiles et exprimer le résultat en heures et minutes).
- 4) Déterminer graphiquement durant combien de temps la concentration d'insuline reste supérieure ou égale à 4 (indiquer sur le dessin de la **partie A** les traits de construction utiles et exprimer le résultat en heures et minutes).

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.  
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.*

**EXERCICE (8 points)**

Au lycée Jean Moulin le restaurant scolaire sert chaque jour de la semaine 900 repas. Le vendredi 25 janvier 2002 on propose deux plats : l'un de viande, l'autre de poisson. Ces plats peuvent être accompagnés au choix de riz, de pâtes ou de purée.

Afin de mieux maîtriser ses achats et ses stocks le gestionnaire du lycée a fait les statistiques suivantes :

- 65 % des élèves prennent de la viande ;
- 40 % des élèves accompagnent leur plat de pâtes ;
- 30 % des élèves. accompagnent leur plat de riz.

1) Compléter après l'avoir reproduit le tableau ci-dessous :

	VIANDE	POISSON	TOTAL
Purée			
Pâtes		120	
Riz	170		
TOTAL			900

*Pour les questions suivantes, on donnera les résultats arrondis à  $10^{-2}$  près si nécessaire.*

2) On choisit un élève au hasard parmi les 900 élèves qui prennent leur repas au restaurant scolaire du lycée ce vendredi 25 janvier 2002.

a) Quelle est la probabilité des événements suivants :

$A$  : « Cet élève prend de la purée » ?

$B$  : « Cet élève prend de la viande » ?

b) Définir par une phrase les événements  $\bar{A}$  et  $A \cap B$  et calculer leur probabilité.

c) Déduire des questions précédentes la probabilité de  $A \cup B$ .

d) Ce jour-là, on choisit au hasard un élève qui prend du poisson. Quelle est la probabilité qu'il choisisse comme accompagnement du riz ?

## PROBLEME (12 points)

### Partie A

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[4; 10]$  par :  $f(x) = 0,005e^{0,8x}$ .

- 1) Calculer  $f'(x)$ .
- 2) Donner, en le justifiant, le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[4; 10]$ .
- 3) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $[4; 10]$ .
- 4) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en donnant les résultats arrondis à 0,1 près :

$x$	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0,1			1,4			14,9

- 5) Sur une feuille de papier millimétré tracer la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthogonal en prenant 1 cm pour unité sur les deux axes.

### Partie B

On étudie la croissance d'une souche de bactéries cultivée dans un milieu liquide contenant les substrats appropriés. A l'instant  $t = 4$ , le nombre de bactéries par unité de volume est de 100 000.

On admet que, entre les instants  $t = 4$  et  $t = 10$  ( $t$  exprimé en heures), le nombre de bactéries, exprimé en millions, est égal à  $f(t)$ .

- 1)
  - a) Résoudre, dans l'intervalle  $[4; 10]$  l'équation  $f(t) = 0,2$ .
  - b) En déduire le temps nécessaire, en heures et minutes, pour que le nombre de bactéries soit le double du nombre initial.
- 2) Déterminer le temps nécessaire, en heures et minutes, pour que le nombre de bactéries soit dix fois le nombre initial :
  - a) Graphiquement (on laissera les traits de construction apparents).
  - b) En résolvant une équation.

**Bac SMS : Mathématiques – Antilles – Septembre 2002**

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.*

*Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.*

**EXERCICE (8 points)**

Dans un magasin, les paiements se font en espèces, par chèque ou par carte bancaire. On classe ces paiements en 2 catégories : montant inférieur ou égal à 200 francs et montant supérieur à 200 francs.

Une enquête auprès de 250 clients a donné les résultats suivants :

- 70 % des paiements concernent des sommes inférieures ou égales à 200 francs ;
- 40 % des paiements se font par chèque ;
- il y a 40 paiements par carte et aucun n'est inférieur ou égal à 200 francs ;
- il y a 80 chèques dont le montant est inférieur ou égal à 200 francs.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la répartition des paiements :

	Paiement en espèces	Paiement par chèque	Paiement par carte	TOTAL
Montant inférieur ou égal à 200 francs				
Montant supérieur à 200 francs				
TOTAL				250

(Les résultats numériques demandés dans les questions suivantes seront arrondis à  $10^{-2}$  près).

2) On choisit, au hasard, un paiement parmi les 250.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- $A$  : « le paiement est en espèces » ;
- $B$  : « le paiement est en chèque d'un montant supérieur à 200 francs » ;
- $C$  : « le paiement n'est pas un paiement par carte » ;
- $D$  : « le paiement est en chèque ou est supérieur à 200 francs ».

3) On choisit, au hasard, un paiement parmi ceux supérieurs à 200 francs.

Quelle est la probabilité  $p$  que ce soit un paiement en espèces ?

4) On choisit, au hasard, un paiement parmi ceux effectués en espèces.

Quelle est la probabilité  $p'$  qu'il soit supérieur à 200 francs ?

## PROBLEME (12 points)

### PARTIE A

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0; 12]$  par  $f(x) = 25 + 130 \ln(x + 1)$ .

1) a) Calculer  $f'(x)$ .

b) Préciser le signe de  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation de  $f$ .

2) Reproduire et compléter le tableau suivant (on donnera les valeurs approchées de  $f(x)$  à une unité près).

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
$f(x)$	25			205			278				

3) Soit  $C$  la courbe représentative de  $f$  dans un plan rapporté à un repère orthogonal  $(\vec{O}; \vec{i}; \vec{j})$ .  
(Unités graphiques : 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 25 unités sur l'axe des ordonnées).

Tracer  $C$ .

### PARTIE B

Un éleveur a lâché dans une réserve un groupe de 25 lapins adultes.

On considère que le nombre de lapins présents dans la réserve en fonction du temps  $x$ , exprimé en mois, est donné par  $f(x) = 25 + 130 \ln(x + 1)$ .

1) Calculer le nombre de lapins au bout d'un an.

2) a) Déterminer graphiquement au bout de combien de temps le nombre de lapins atteint 285 individus.

(Laisser apparents les traits utiles).

b) Retrouver ce résultat par le calcul.