

Bac SMS : Mathématiques – Métropole – Juin 2001

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

EXERCICE (8 points)

Une enquête effectuée par une association de consommateurs, concernant l'hygiène alimentaire, porte sur un échantillon de 800 personnes.

Trois groupes bien différenciés apparaissent :

- Type 1 : les personnes totalement végétariennes. On en compte 34.
- Type 2 : les personnes végétariennes qui consomment cependant du poisson. On en compte 132.
- Type 3 : les personnes non végétariennes. Elles constituent le reste de l'échantillon.

On compte 55% de femmes dans l'échantillon et, parmi celles-ci, 5% sont totalement végétariennes.

De plus, 7,5% des hommes de l'échantillon sont du type 2.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Type 1	Type 2	Type 3	Total
Femmes				
Hommes				
Total				800

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 près.

2) On choisit, au hasard, une des 800 personnes de l'échantillon, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.

a) Soit l'événement A : « la personne choisie est non végétarienne ». Calculer la probabilité $P(A)$.

b) Soit l'événement B : « la personne choisie est un homme ». Calculer la probabilité $P(B)$.

c) Définir par une phrase l'événement $C = A \cap B$ et calculer sa probabilité.

d) Définir par un événement D exprimé avec A et B la phrase « La personne choisie est non végétarienne ou est un homme », puis calculer sa probabilité.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par :

$$f(x) = 12x + 12 - 12 \ln(3x + 1).$$

1) Calculer $f'(x)$ et montrer que :

$$f'(x) = \frac{12(3x - 2)}{3x + 1}.$$

2) Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 2]$.

3) Recopier et compléter le tableau de valeur suivant (arrondir les résultats à 0,1 près) :

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$f(x)$			6,8	7,4		

4) Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
(Unités graphiques : 6 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour une unité en ordonnée).

Partie B

On suppose que le taux d'anticorps (en g/l) dans le sang d'un nourrisson en fonction de l'âge (en années), depuis la naissance jusqu'à l'âge de 2 ans, est donné par la formule suivante :

$$f(x) = 12x + 12 - 12 \ln(3x + 1).$$

1) Calculer le taux d'anticorps à la naissance.

2) A l'aide de la partie A, déterminer l'âge, en mois, pour lequel le taux d'anticorps est minimal.

3) Déterminer graphiquement l'âge auquel le nourrisson retrouve le taux d'anticorps de sa naissance (laisser apparents les tracés utiles).

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.*

EXERCICE (8 points)

Une librairie organise un sondage sur la lecture, en interrogeant 500 clients.

La première question concerne le nombre de livres lus par an ; parmi les 500 clients :

- 55% déclarent lire au moins 12 livres par an ;
- 40 % déclarent lire plus de 4 et moins de 12 livres par an ;
- les autres lisent au plus quatre livres par an.

La deuxième question concerne ce qui guide le choix des lectures des personnes interrogées :

- 220 clients déclarent être influencés dans leur choix par les médias (presse, radio, télévision,...) ;
- les autres clients déclarent ne pas être influencés par les médias.

1) Recopier et compléter le tableau suivant (qui comporte des données supplémentaires) :

Nombre de livres lus	Au plus 4	Plus de 4 et moins de 12	Au moins 12	Total
Choix influencé par les médias	16			
non influencé par les médias			180	
Total				500

2) On choisit au hasard un des 500 clients de la librairie ayant répondu à ce sondage.

Les résultats aux questions suivantes seront donnés à 0,01 près.

a) Déterminer la probabilité de chacun des événements A et B suivants :

A : « le client interrogé déclare être influencé par les médias dans le choix de ses lectures » ;

B : « le client interrogé lit au moins 12 livres par an ».

b) Décrire par une phrase chacun des événements suivants et déterminer leur probabilité :

$$\overline{B}; A \cap B; A \cup B.$$

3) On choisit au hasard un client parmi ceux qui lisent plus de 4 et moins de 12 livres par an.

Calculer la probabilité p pour que son choix soit influencé par les médias.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [1980, 1997]$ par $f(x) = e^{-0,04x+85}$.

1) a) Calculer la dérivée $f'(x)$ et montrer que $f'(x) < 0$ pour x appartenant à I .

b) Dresser le tableau de variation de f .

2) Recopier et compléter le tableau suivant, dans lequel les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à l'entier le plus proche :

x	1980	1982	1985	1987	1990	1992	1995	1997
$f(x)$	330		270		221		181	

3) Le plan est muni d'un repère orthogonal.

En abscisses, on graduera à partir de 1980 et on prendra 1 cm pour une unité.

En ordonnées, on graduera à partir de 150 et on prendra 1 cm pour dix unités.

Tracer la courbe représentative (C) de la fonction f .

PARTIE B

Dans cette partie, x désigne un nombre entier compris entre 1980 et 1997.

On admet que $f(x)$, arrondi à l'entier le plus proche, donne le nombre de blessés par accident de la circulation, en milliers de personnes, en France métropolitaine, au cours de l'année x .

1) Calculer, à mille près, le nombre de blessés par accident de la circulation en 1993.

2) a) Déterminer graphiquement en quelles années le nombre des blessés a été inférieur à 200 000. (Faire apparaître les constructions utiles et justifier la réponse).

b) Retrouver la réponse à la question précédente en résolvant l'inéquation $f(x) \leq 200$.

Bac SMS : Mathématiques – Antilles – Juin 2001

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

EXERCICE (8 points)

Un lycée dispense un enseignement de trois langues vivantes : Anglais, Allemand et Espagnol.

Il y a 1 420 élèves inscrits dans cet établissement.

Chaque élève étudie exactement deux langues vivantes.

On donne aussi les renseignements suivants :

- Parmi les élèves qui étudient simultanément l'anglais et l'allemand, on compte 65 % de filles.

- On dénombre 1 150 élèves étudiant l'anglais.

- Parmi les filles qui étudient l'espagnol, 80 % étudient aussi l'anglais.

1) Le tableau suivant contient quelques informations supplémentaires. Le recopier et le compléter.

	Anglais et Allemand	Anglais et Espagnol	Allemand et Espagnol	Total
Garçons				
Filles				656
Total	640			1 420

Dans les questions suivantes, les résultats des calculs seront arrondis à 0,01 près.

2) On choisit, au hasard, une personne parmi les élèves du lycée.

On note A et B les événements suivants :

A : « la personne choisie étudie l'anglais »,

B : « la personne choisie est une fille ».

Calculer la probabilité de chacun des événements A , B , $A \cap B$, $A \cup B$.

3) On choisit, au hasard, une personne parmi les élèves qui étudient l'allemand.

Calculer la probabilité p que ce soit un garçon.

PROBLEME (12 points)

A. Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 24]$ par $f(t) = 2e^{-\frac{t}{12}}$.

1) a) Calculer $f'(t)$.

b) Étudier le signe de $f'(t)$ pour t appartenant à l'intervalle $[0 ; 24]$ et en déduire le sens de variation de f .

2) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (les résultats seront donnés à 10^{-2} près).

t	0	2	6	10	14	18	24
$f(t)$	2			0,87		0,45	

3) Le plan est muni d'un repère orthogonal (on prendra pour unités graphiques 0,5 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées).

Tracer soigneusement la courbe représentative (C) de f .

B. Application

On injecte à un malade une dose de 2 cm^3 d'un médicament M.

La quantité de médicament (en cm^3) présente dans le sang du malade après un temps t (en heures) est donnée par la valeur de $f(t)$, f étant la fonction étudiée dans la **partie A**.

1) Donner le pourcentage de la quantité de médicament restant dans le sang du malade au bout de 24 heures, par rapport à la dose injectée.

2) a) En utilisant la courbe (C) et en faisant apparaître les constructions utiles, déterminer le temps au bout duquel la quantité de médicament restant dans le sang est la moitié de la dose injectée.

b) Retrouver ce résultat en résolvant l'équation $f(t) = 1$.