

Bac SMS : Mathématiques – Métropole – Juin 2000

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

EXERCICE (8 points)

La population de Montpellier était de 208 103 habitants au 31/12/1990. Le recensement de 1999 a permis de dénombrer 225 392 habitants à Montpellier au 31/12/1998.

1) a) Quel est le pourcentage d'augmentation de la population de Montpellier entre le 31/12/1990 et le 31/12/1998 ? (Arrondir la réponse à 0,1 près).

b) Combien cette ville comptera-t-elle d'habitants (à une centaine près) au 31/12/2006 si sa population augmente du même pourcentage en huit ans ?

Dans les questions suivantes, arrondir les résultats à 0,001 près.

2) Le tableau suivant donne la répartition de la population de Montpellier au 31/12/1990, en milliers d'habitants, par tranches d'âge et par sexe :

Age	[0 ;19]	[20 ;39]	[40 ;59]	[60 ;74]	75 et plus	Total
Sexe						
Hommes	23,2	38,3	19,0	10,2	5,3	96,0
Femmes	23,0	42,8	22,0	14,3	10,0	112,1
Total	46,2	81,1	41,0	24,5	15,3	208,1

On choisit au hasard une personne qui habitait Montpellier au 31/12/1990, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.

Calculer la probabilité de chacun des événements :

A : « la personne choisie avait au moins 60 ans au 31/12/1990 » ;

B : « la personne choisie était une femme ».

3) Définir par une phrase chacun des événements \bar{A} et $A \cap B$, et calculer leurs probabilités.

4) On choisit au hasard une personne qui habitait Montpellier au 31/12/1990 et qui était âgée d'au moins 60 ans à cette date.

Quelle est la probabilité pour que ce soit une femme ?

PROBLEME (12 points)

Partie A : Étude d'une fonction.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;11]$ par $f(t) = e^{0,2t+6}$.

- 1) Calculer $f'(t)$.
- 2) Étudier le signe de $f'(t)$, puis dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0; 11]$. (On donnera les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(11)$).
- 3) Reproduire et compléter le tableau suivant (on arrondira les valeurs à la dizaine la plus proche) :

t	0	2	4	6	8	10	11
$f(t)$	400			1340	2000		

- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal tel que :
 - 1 cm représente une unité sur l'axe des abscisses ;
 - 1 cm représente 200 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie B : Application

On étudie l'évolution d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé.

On admet que l'expression $f(t) = e^{0,2t+6}$ donne le nombre de bactéries présentes dans cette culture en fonction du temps t , exprimé en heures.

- 1) Calculer le nombre de bactéries présentes dans le liquide au bout de 5 h 30 min. (Le résultat sera arrondi à la dizaine d'unités la plus proche).
- 2) En utilisant le graphique de la **partie A**, déterminer au bout de combien de temps la population de bactéries aura doublé (faire apparaître les tracés utiles et donner une réponse en heures et minutes).
- 3) Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 800$ et retrouver le résultat de la question précédente.

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.*

EXERCICE (8 points)

Dans une partie du monde, on estime que 15 % de la population est contaminée par un virus X. La stratégie de dépistage met en place un test biologique qui devrait être négatif si la personne n'est pas contaminée et positif si la personne est contaminée.

On a observé les résultats suivants :

- Quand la personne est contaminée par le virus X, le test est positif dans 99,6 % des cas.
- Quand la personne n'est pas contaminée par ce virus, le test est négatif dans 97,6 % des cas.

1) En considérant une population de 10 000 personnes observées, reproduire et compléter le tableau suivant :

	Nombre de personnes contaminées	Nombre de personnes non contaminées	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			10000

Dans les questions suivantes les probabilités seront données à 10^{-4} près.

Pour les questions 2), 3), 4) on choisit au hasard une personne de cette population, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.

2) On considère les événements :

A : « La personne est contaminée par le virus X » ;

B : « La personne a un test positif ».

Calculer la probabilité de chacun des événements A et B .

3) Calculer la probabilité pour que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test positif.

4) a) Calculer la probabilité pour que la personne ne soit pas contaminée par le virus X et ait un test positif.

b) Calculer la probabilité pour que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test négatif.

c) Calculer la probabilité que le test donne un résultat faux.

5) On choisit maintenant une personne ayant un test négatif.

Quelle est la probabilité qu'elle soit contaminée par le virus X ?

PROBLEME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [10; 110]$ par : $f(x) = -0,1x + 2 \ln(2x)$.

1) a) Calculer $f'(x)$.

b) Vérifier que $f'(x) = \frac{2 - 0,1x}{x}$ et résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

c) Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

x	10	110
$2 - 0,1x$		
x		
$\frac{2 - 0,1x}{x}$		

d) Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle I .

2) Reproduire et compléter le tableau suivant, en donnant des valeurs de $f(x)$ arrondies à 10^{-1} près.

x	10	15	20	30	40	50	60	70	90	110
$f(x)$		5,3	5,4		4,8		3,6			

3) Le plan est muni d'un repère orthogonal. Pour le graphique, on prendra :

1 cm en abscisses pour 10 unités ;

2 cm en ordonnées pour 1 unité.

Tracer la courbe représentative de la fonction f en utilisant le tableau de valeurs de la question précédente.

Partie B

On admet que, pour un âge x compris entre 15 ans et 60 ans, la capacité pulmonaire de l'être humain, en litres, est donnée par : $f(x) = -0,1x + 2 \ln(2x)$.

1) En utilisant la partie A, préciser la capacité pulmonaire maximale et l'âge où elle est atteinte.

2) Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, indiquer à quel âge, après 15 ans, la capacité pulmonaire est de 5 litres.

3) Expliquer pourquoi la fonction f ne peut pas être utilisée pour évaluer la capacité pulmonaire d'une personne de 110 ans.

Bac SMS : Mathématiques – Antilles – Juin 2000

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.*

EXERCICE (8 points)

Dans une entreprise de 200 personnes, le personnel se répartit en trois catégories : les ouvriers, les agents de maîtrise et les cadres.

Une entreprise comporte 32 cadres, 54 agents de maîtrise et 114 ouvriers.

On compte 40 % d'hommes dans l'entreprise et, parmi ceux-ci, 10 % sont des cadres.

D'autre part, 15 % des femmes sont agents de maîtrise.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Ouvriers	Agents de maîtrise	Cadres	Total
Femmes				
Hommes				
Total				200

Dans les questions suivantes, les réponses seront données sous forme décimale arrondie à 0,01 près.

2) Pour les besoins d'une enquête, on interroge au hasard un employé de l'entreprise, tous les employés ayant la même probabilité d'être interrogés.

a) Soit l'événement A : « La personne interrogée est un agent de maîtrise ». Calculer la probabilité $P(A)$.

b) Soit l'événement B : « La personne interrogée est une femme ». Calculer la probabilité $P(B)$.

c) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ et calculer sa probabilité.

d) Définir par une phrase l'événement $A \cup B$ et calculer sa probabilité.

3) On interroge un agent de maîtrise. Calculer la probabilité pour que cette personne soit un homme.

PROBLEME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie par $f(t) = 3te^{-1,25t}$ sur l'intervalle $I = [0; 4]$.

- 1) Montrer que $f'(t)$ peut s'écrire : $f'(t) = 3(1 - 1,25t)e^{-1,25t}$.
- 2) Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

t	0	0,8	4
$e^{-1,25t}$			
$1 - 1,25t$		0	
$f'(t)$			

- 3) Établir le tableau de variations de f sur l'intervalle I .
- 4) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 0,01 près) :

t	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5	3	4
$f(t)$	0			0,88		0,69			0,21	

- 5) Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal. Placer l'axe des abscisses sur un grand côté de la feuille. Prendre 6 cm pour 1 unité en abscisses et 10 cm pour 1 unité en ordonnées.

Partie B

Dans cette partie, f est la fonction étudiée dans la partie A.

On considère que $f(t)$ représente une bonne approximation du taux d'alcoolémie (quantité d'alcool dans le sang, en g/L) en fonction du temps t écoulé après absorption (exprimé en heures), pour un homme de 70 kg, ayant bu deux verres d'alcool à l'instant $t = 0$.

- 1) Cet homme est-il en infraction avec la loi s'il conduit une automobile dès après l'absorption ? (Taux maximum toléré : 0,5 g/L).

Pour les questions suivantes, faire apparaître les tracés utiles sur le graphique.

- 2) Déterminer graphiquement son taux d'alcoolémie maximum et l'instant où il a lieu.
- 3) Déterminer graphiquement l'intervalle de temps pendant lequel il ne doit pas conduire.