

## I) Manipulation de tableaux numpy

### Exercice 1

1) Créer un tableau  $A$  de forme  $3 \times 3$ .

Extraire les coefficients  $a_{ij}$  pour  $(i, j) \in \{0, 1\} \times \{1, 2\}$ .

Tester un condition (par exemple  $a_{ij} > 2$ , tout dépend des valeurs choisies) à l'aide d'un masque.

2) Faire afficher la taille, puis la forme du tableau  $A$ . Extraire la colonne du milieu. Taille et forme de cette colonne.

3) Créer un tableau  $B$  de taille  $4 \times 6$  ne contenant que des zéros. Placer un bloc valant  $A$  en haut à gauche, et un autre en bas à droite :

$$B = \begin{pmatrix} & & & 0 & 0 & 0 \\ & A & & & & \\ & & & & A & \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{pmatrix}$$

(sans réentrer les valeurs de  $A$ ).

4) Tester le comportement de  $=A$ , de  $=A[:]$  et  $=np.copy(A)$  lorsqu'on change une valeur de  $A$ .

### Exercice 2

Créer des tableaux NumPy  $A$  et  $Y$  contenant :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & -3 \\ 6 & 4 & 4 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} -14 \\ 21 \\ 4 \end{pmatrix}$$

1) Affichez  $2A$ ,  $A \times A$  (attention, cf. cours : on veut le produit *matriciel*).

À l'aide de `np.eye` calculer  $A + 2I_3$ .

2) Avec une commande de `np.linalg` adaptée, calculez l'inverse de  $A$ .

3) Déterminer  $X$  tel que  $AX = Y$  et vérifier à l'aide de python, en affichant puis en calculant la différence.

### Exercice 3

Résoudre  $AX = Y$  à la main puis avec python pour  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1/4 & 1 \\ 1 & 1/3 & 2 \\ 0 & 1 & 12 \end{pmatrix}$  et  $Y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Une explication : calculer  $12\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) - 1$ .

### Exercice 4 (optionnel)

Idem pour  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 + 10^{15} & 1 \\ 1 & 1 + 10^{15} & 2 \\ 0 & 10^{15} & 1 \end{pmatrix}$  et  $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

## II) Pivot de Gauss

### Exercice 5

Écrire les différentes fonctions dont on a besoin pour effectuer un pivot. On spécifiera bien les fonctions avant de se lancer : quelles sont les arguments, que retourne la fonction.

1) Échange de deux lignes d'un tableau.

2) Transvexion.

3) Recherche de l'indice de la ligne contenant le plus grand pivot.

Tester ces fonctions (évidemment).

**Exercice 6**

- 1) Écrire un algorithme qui met la matrice sous forme triangulaire.
  - 2) Écrire un algorithme de remontée de pivot (qui finit la résolution, une fois que la matrice est sous forme triangulaire).
  - 3) Écrire un algorithme de résolution de système à l'aide du pivot de Gauss.
- Tester ces fonctions, y compris avec des matrices qui ne sont pas inversibles.