

# Programme de colle 15

Classe de PT

Semaine du lundi 16 au vendredi 20 janvier

Liste des questions de cours

- Sur  $E = \mathbb{R}[X]$ ,  $\varphi : (P, Q) \mapsto \int_0^{+\infty} P(t)Q(t)e^{-t} dt$  est un produit scalaire.
- Sur  $E = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ,  $\varphi : (A, B) \mapsto \text{Tr}(A^T B)$  est un produit scalaire.
- Plan d'étude d'une branche infinie.
- Formules de Frenet : définition de  $\vec{T}$ , de  $\vec{N}$ , de  $\alpha$ . Formules liant  $\frac{d\vec{T}}{dt}$  et  $\gamma(t)$  (avec preuve).

## 1 Courbes

### 1.1 Définition, Étude locale générale

Paramétrage, demi-tangente et tangente. Cas d'un point régulier. Équation de la tangente en un point régulier (cartésienne dans le cas plan, et paramétrique).

### 1.2 Courbes planes

#### 1.2.1 Étude locale

Point singulier, définition de la tangente dans le cas singulier. Point de rebroussement, point d'inflexion. Position d'une courbe plane par rapport à la tangente (par rapport à une droite  $\mathcal{D}$  passant par  $M_0$ ), allure de la courbe selon  $p$  et  $q$ .

#### 1.2.2 Branches infinies

Asymptote, branche parabolique, utilisation des développements asymptotiques.

#### 1.2.3 Plan d'étude d'une courbe plane

Réduction du domaine d'étude, variations de  $x$  et  $y$ , étude des branches infinies (position relative), des points singuliers. Tracé : placement des asymptotes, des tangentes aux points remarquable, tracé de la courbe.

### 1.3 Étude métrique des courbes

Longueur d'une courbe, abscisse curviligne, repère de Frenet, courbure, rayon de courbure, centre de courbure. Cercle de courbure.

### 1.4 Enveloppes

Enveloppe d'une famille de droites. Développées.