

Programme de colle 10

Classe de PT

Semaine du lundi 21 au vendredi 25 novembre

Liste des questions de cours

- Centre de $\mathcal{L}(E)$: Les endomorphismes f qui commutent à tout endomorphisme sont les homothéties.
- Soit $f \in \mathcal{L}(E)$, $x \in E$ et $n \in \mathbb{N}^*$ tels que $f^{n-1}(x) \neq 0$ et $f^n(x) = 0$.
Montrer que $(x, f(x), \dots, f^{n-1}(x))$ libre.
- Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et f définie par $f(M) = -M + \text{Tr}(M)A$. Montrer que f est un endomorphisme, et selon la valeur de $\text{Tr } A$, déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$.
- $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ 2 & 2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ n & \cdots & \cdots & n \end{pmatrix}$. Pour tout $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.

1 Matrices

Matrice d'une application linéaire, rang d'une matrice, produit matriciel, transposition, matrices de passage, formule de changement de base, matrices semblables. Matrices triangulaires.

Matrices blocs. Sous-espace stable par un endomorphisme. Endomorphisme induit. Matrice dans une base adaptée.

Trace d'une matrice, d'un endomorphisme.

2 Déterminants

2.1 d'une matrice

Déterminant d'une matrice, d'un produit de matrice, d'une transposée.

Calculs : opérations sur les colonnes et sur les lignes, déterminant d'une matrice triangulaire blocs, d'une matrice triangulaire. Développement par rapport à une colonne ou une ligne.

2.2 d'un endomorphisme

Déterminant d'un endomorphisme u , de $u \circ v$, de u automorphisme.

2.3 de n vecteurs

Déterminant de n vecteurs d'un espace de dimension n dans une base. Caractérisation des bases.