Programme de colle 1

Classe de PT

Semaine du lundi 9 au vendredi 13 septembre

Liste des questions de cours
• Expression de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{N}$. • Soit A un anneau. Montrer que, si $x \in A$ est nilpotent, $1 - x$ est inversible. • Démonstration du théorème de Cesàro.

1 Révisions de trigonométrie circulaire et hyperbolique

2 Combinatoire

- Soit $f : E \to F$. Si $\mathrm{Card}\, E = \mathrm{Card}\, F < \infty$, alors f bijective $\iff$ f injective $\iff$ f surjective.
- **Formule du binôme**, $\binom{n}{k}$.
- Manipulation du symbole Sigma : sommes telescopiques et changements d'indices.

3 Groupes, anneaux, corps

- Caractérisation d'un sous-groupe et d'un sous-anneau, définion d'un corps.
- Morphismes de groupes et d'anneaux.

Pas d'exercices d'algèbre pure, mais des exercices faisant intervenir les suites, les fonctions trigonométriques (pour définir la loi du groupe par exemple), ou des groupes de matrices.

4 $\mathbb{R}$ et les suites réelles

4.1 $\mathbb{R}$

Inégalités triangulaire, inégalités de convexité, inégalité de Cauchy-Schwarz.

4.2 Convergence d'une suite

Définition de la convergence (avec des ε), équivalente à $|u_n - u_p| \leqslant \varepsilon$.

4.3 Situations classiques

- **Suite et série géométrique** : limites, expression de $\sum_{k=0}^{n} q^k$.
- Suites monotones bornées.
- Sommes de Riemann
- Théorème de Cesàro.

Les suites récurrentes linéaires ne sont pas au programme de cette semaine. Les DL et équivalents peuvent servir pour trouver une limite, mais n'ont pas encore été revu en tant que tels.

Programme de colle 2 Semaine du lundi 16 au vendredi 20 septembre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Expression de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{N}$. • Soit A un anneau. Montrer que, si $x \in A$ est nilpotent, $1 - x$ est inversible. • Limite de la suite $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, avec $x \in \mathbb{R}$. • Démonstration du théorème de Cesàro.

5 Révisions de trigonométrie circulaire et hyperbolique

6 Combinatoire

- Soit $f : E \to F$. Si Card $E =$ Card $F < \infty$, alors f bijective $\iff$ f injective $\iff$ f surjective.
- **Formule du binôme**, $\binom{n}{k}$.
- Manipulation du symbole Sigma : sommes telescopiques et changements d'indices.

7 Groupes, anneaux, corps

- Caractérisation d'un sous-groupe et d'un sous-anneau, définion d'un corps.
- Morphismes de groupes et d'anneaux.

Pas d'exercices d'algèbre pure, mais des exercices faisant intervenir les suites, les fonctions trigonométriques (pour définir la loi du groupe par exemple), ou des groupes de matrices.

8 $\mathbb{R}$ et les suites réelles

8.1 $\mathbb{R}$

Borne sup, inégalités triangulaire, inégalités de convexité, inégalité de Cauchy-Schwarz.

8.2 Convergence d'une suite

Définition de la convergence (avec des ε), équivalente à $|u_n - u_p| \leqslant \varepsilon$.

8.3 Situations classiques

- **Suite et série géométrique** : limites, expression de $\sum_{k=0}^{n} q^k$.
- Suites monotones bornées.
- Sommes de Riemann
- Théorème de Cesàro.

Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$, en particulier le cas f monotone ou f contractante ($\sup_I |f'| < 1$).

Les suites récurrentes linéaires ne sont pas au programme de cette semaine.

8.4 Relations de comparaison

Grand O, petit o, équivalents.

Programme de colle 3 Semaine du lundi 23 au vendredi 27 septembre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Limite de la suite $u_n = \left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$, avec $x \in \mathbb{R}$. • La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \exp\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$ si $x > 0$ et $f(x) = 0$ si $x \leqslant 0$ est $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$. • Soit I est un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$ continue telle que $\forall x \in I,\ f(x)^2 = 1$. Montrer que $f = 1$ ou $f = -1$.

9 $\mathbb{R}$ et les suites réelles

9.1 Situations classiques

- **Suite et série géométrique** : limites, expression de $\sum_{k=0}^{n} q^k$.
- Suites monotones bornées.
- Sommes de Riemann
- Théorème de Cesàro.

Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$, en particulier le cas f monotone ou f contractante ($\sup_I |f'| < 1$).

Les suites récurrentes linéaires ne sont pas au programme de cette semaine.

9.2 Relations de comparaison

Grand O, petit o, équivalents.

10 Fonctions d'une variable réelle

10.1 Continuité

Définition ; propriétés ; caractérisation séquentielle ; « f continue sur un segment $[a, b]$ est bornée et atteint ses bornes » ; théorème des valeurs intermédiaires ; fonctions réciproques.

10.2 Dérivabilité

Définition ; propriétés ; fonctions réciproques ; théorème de Rolle et ses conséquences (égalité et inégalité des accroissements finis, etc).

Programme de colle 4 Semaine du lundi 30 septembre au vendredi 4 octobre Classe de PT

Liste des questions de cours
• La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \exp\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$ si $x > 0$ et $f(x) = 0$ si $x \leqslant 0$ est $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$. • Soit I est un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$ continue telle que $\forall x \in I,\ f(x)^2 = 1$. Montrer que $f = 1$ ou $f = -1$. • Les huit DL usuels.

Toute défaillance sur un DL usuel au cours de la colle entraînera une note en dessous de 5.

11 Fonctions d'une variable réelle

11.1 Continuité

Définition ; propriétés ; caractérisation séquentielle ; « f continue sur un segment $[a, b]$ est bornée et atteint ses bornes » ; théorème des valeurs intermédiaires ; fonctions réciproques.

11.2 Dérivabilité

Définition ; propriétés ; fonctions réciproques ; théorème de Rolle et ses conséquences (égalité et inégalité des accroissements finis, etc).

11.3 Taylor & Développements limités

11.3.1 Formules de Taylor sans relations de comparaison

Taylor Lagrange, Taylor reste intégral.

11.3.2 Relations de comparaison

Grand O, petit o, équivalents.

11.3.3 Développements limités

- Définition ; unicité ; exemple de fonction admettant un DL à un ordre supérieur à 1, sans être plus que dérivable ; Taylor-Youg. Intégration et dérivation des DL.
- **Développements usuels** : exp, cos, sin d'une part, $\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$ et $\ln(1-x)$ d'autre part doivent être parfaitement connus, de même que $(1+x)^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$.
  Les DL des fonctions hyperboliques sh , ch , et réciproques, et de Arctan et Argth doivent pouvoir être retrouvées rapidement.
- DL d'une fonction réciproque, DL de la solution d'une équation différentielle.

Programme de colle 5 Semaine du lundi 7 au vendredi 11 octobre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Les huit DL usuels. • Limite en $+\infty$ de $x \mapsto \left[e - \left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right]^{1/x}$. • Variations, limite et équivalent de la suite $u_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n t \,\mathrm{d}t$.

Toute défaillance sur un DL usuel au cours de la colle entraînera une note en dessous de 5.

12 Fonctions d'une variable réelle

12.1 Taylor & Développements limités

12.1.1 Formules de Taylor sans relations de comparaison

Taylor Lagrange, Taylor reste intégral.

12.1.2 Relations de comparaison

Grand O, petit o, équivalents.

12.1.3 Développements limités

- Définition ; unicité ; exemple de fonction admettant un DL à un ordre supérieur à 1, sans être plus que dérivable ; Taylor-Youg. Intégration et dérivation des DL.
- **Développements usuels** : exp, cos, sin d'une part, $\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$ et $\ln(1-x)$ d'autre part doivent être parfaitement connus, de même que $(1+x)^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$.
  Les DL des fonctions hyperboliques sh , ch , et réciproques, et de Arctan et Argth doivent pouvoir être retrouvées rapidement.
- DL d'une fonction réciproque, DL de la solution d'une équation différentielle.

13 Fonctions continues par morceaux

Définition sur un segment. Une fonction continue par morceaux sur un segment est bornée. Définition sur un intervalle quelconque. Définition des fonctions $\mathscr{C}^n$ par morceaux.

14 Intégration sur un segment

14.1 Définition

Approximation uniforme d'une fonction continue par morceaux par des fonctions en escalier. Définition de l'intégrale via les fonctions en escalier.

14.2 Propriétés

Chasles, linéarité, croissance, inégalité triangulaire, inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité de la moyenne.
Si f est continue et positive, alors $\displaystyle\int_{[a,b]} f = 0 \Longrightarrow f = 0$.

15 Calculs des primitives

15.1 Définition et propriétés

Primitive d'une fonction continue, cas d'une fonction continue par morceaux.
Intégration par parties, changement de variables, fonctions de la forme $x \mapsto \displaystyle\int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\,\mathrm{d}t$.

15.2 Calculs

Primitives des fonctions usuelles. Méthodes pour affronter différents cas :
- Fractions rationnelles
- Polynôme $\times$ exponentielle et assimilés
- Fraction rationnelle en cos et sin. Règles de Bioche.

Programme de colle 6 Semaine du lundi 14 au vendredi 18 octobre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Limite en $+\infty$ de $x \mapsto \left[e - \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x\right]^{1/x}$. • Variations, limite et équivalent de la suite $u_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n t\,\mathrm{d}t$. • Intégrales de Bertrand : convergence de $\displaystyle\int_e^{+\infty} \dfrac{1}{t^\alpha \ln^\beta t}\,\mathrm{d}t$, où $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.

16 Fonctions continues par morceaux

Définition sur un segment. Une fonction continue par morceaux sur un segment est bornée. Définition sur un intervalle quelconque. Définition des fonctions $\mathscr{C}^n$ par morceaux.

17 Intégration sur un segment

17.1 Définition

Approximation uniforme d'une fonction continue par morceaux par des fonctions en escalier. Définition de l'intégrale via les fonctions en escalier.

17.2 Propriétés

Chasles, linéarité, croissance, inégalité triangulaire, inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité de la moyenne.
Si f est continue et positive, alors $\int_{[a,b]} f = 0 \Longrightarrow f = 0$.

18 Calculs des primitives

18.1 Définition et propriétés

Primitive d'une fonction continue, cas d'une fonction continue par morceaux.
Intégration par parties, changement de variables, fonctions de la forme $x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\,\mathrm{d}t$.

18.2 Calculs

Primitives des fonctions usuelles. Méthodes pour affronter différents cas :
- Fractions rationnelles
- Polynôme $\times$ exponentielle et assimilés
- Fraction rationnelle en cos et sin. Règles de Bioche.

19 Intégrales sur un intervalle quelconque

19.1 Intégrale impropre

Définition d'une intégrale convergente, d'une intégrale divergente.
Cas d'une fonction prolongeable par continuité.

19.2 Le cas des fonctions positives

Fonctions usuelles au voisinage de $+\infty$ (Riemann et exponentielles). Fonctions usuelles au voisinage de 0 (Riemann). **Ces fonctions doivent être parfaitement connues, toute erreur est impardonnable**.
Relations de comparaison : $f \leqslant g$ et $f \sim g$.
Comparaison des primitives dans le cas divergent, des restes dans le cas convergent.

19.3 Intégrales absolument convergentes

Définition de la convergence absolue. Vocabulaire : fonction *intégrable*. Une intégrale absolument convergente est convergente.
Les théorèmes du chapitre précédents (changement de variable, Chasles, etc) restent valable pour des fonctions *intégrables* sur un intervalle quelconque.
Programme de colle 7 Semaine du lundi 4 au vendredi 8 novembre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Intégrales de Bertrand : convergence de $\int_e^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha \ln^\beta t}\,\mathrm{d}t$, où $(\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2$. • Convergence de $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}t$. (la non convergence absolue doit être mentionnée mais preuve non exigible). • Énoncés des théorèmes de continuité et de dérivabilité sous le signe somme (les *deux*).

20 Intégrales sur un intervalle quelconque

20.1 Intégrale impropre

Définition d'une intégrale convergente, d'une intégrale divergente.
Cas d'une fonction prolongeable par continuité.

20.2 Le cas des fonctions positives

Fonctions usuelles au voisinage de $+\infty$ (Riemann et exponentielles). Fonctions usuelles au voisinage de 0 (Riemann). **Ces fonctions doivent être parfaitement connues, toute erreur est impardonnable**.
Relations de comparaison : $f \leqslant g$ et $f \sim g$.
Comparaison des primitives dans le cas divergent, des restes dans le cas convergent.

20.3 Intégrales absolument convergentes

Définition de la convergence absolue. Vocabulaire : fonction *intégrable*. Une intégrale absolument convergente est convergente.
Les théorèmes du chapitre précédents (changement de variable, Chasles, etc) restent valable pour des fonctions *intégrables* sur un intervalle quelconque.

21 Intégrales à paramètre

Ensemble de définition, théorème de continuité sous le signe somme, théorème de Leibniz de dérivation sous le signe somme. Extension aux fonctions $\mathscr{C}^k$.
Programme de colle 8 Semaine du lundi 11 au vendredi 15 novembre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Convergence de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}t$. (la non convergence absolue doit être mentionnée mais preuve non exigible). • Énoncés des théorèmes de continuité et de dérivabilité sous le signe somme (les *deux*). • La fonction $\Gamma : x \mapsto \displaystyle\int_0^{+\infty} t^{x-1}e^{-t}\,\mathrm{d}t$ est définie et continue sur $\mathbb{R}_+^*$.

22 Intégrales sur un intervalle quelconque

22.1 Intégrale impropre

Définition d'une intégrale convergente, d'une intégrale divergente.
Cas d'une fonction prolongeable par continuité.

22.2 Le cas des fonctions positives

Fonctions usuelles au voisinage de $+\infty$ (Riemann et exponentielles). Fonctions usuelles au voisinage de 0 (Riemann). **Ces fonctions doivent être parfaitement connues, toute erreur est impardonnable**.
Relations de comparaison : $f \leqslant g$ et $f \sim g$.
Comparaison des primitives dans le cas divergent, des restes dans le cas convergent.

22.3 Intégrales absolument convergentes

Définition de la convergence absolue. Vocabulaire : fonction *intégrable*. Une intégrale absolument convergente est convergente.
Les théorèmes du chapitre précédents (changement de variable, Chasles, etc) restent valable pour des fonctions *intégrables* sur un intervalle quelconque.

23 Intégrales à paramètre

Ensemble de définition, théorème de continuité sous le signe somme, théorème de Leibniz de dérivation sous le signe somme. Extension aux fonctions $\mathscr{C}^k$.
Programme de colle 9 Semaine du lundi 18 au vendredi 22 novembre Classe de PT

Liste des questions de cours

- La fonction $\Gamma : x \mapsto \int_0^{+\infty} t^{x-1}e^{-t}\,\mathrm{d}t$ est définie et continue sur $\mathbb{R}_+^*$.
- Pour tout $(u,v) \in \mathscr{L}(E)^2, \qquad \mathrm{Ker}\,(v \circ u) = \mathrm{Ker}\ u \Longleftrightarrow \mathrm{Ker}\ v \cap \mathrm{Im}\ u = \{0\}$
- Centre de $\mathscr{L}(E)$: Les endomorphismes f qui commutent à tout endomorphisme sont les homothéties.

Où E est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.

24 Généralités sur les espaces vectoriels

24.1 Structure algébrique

Caractérisation d'un sous-espace vectoriel, d'un morphisme d'espace vectoriel.
Caractérisation de $\mathrm{Vect}\,(x_1, \ldots, x_k)$ à l'aide des combinaisons linéaires.
Sommes, sommes directes de deux sous-espaces vectoriels.

24.2 Familles et bases, dimension finie

Définition des familles libres, familles liées, famille génératrices, bases.
Définition d'un espace vectoriel de dimension finie. Théorème de base incomplète. Relation entre bases et sommes directes.
Caractérisation de $F = F_1 \oplus F_2$ et de $\mathscr{F}$ est une base, dans un espace vectoriel de dimension finie.
Rang d'une famille de vecteurs.
Morphismes et bases : si $(e_i)_{i\in I}$ est une base de E, alors $u : E \to E'$ est entièrement déterminé par la famille $(u(e_i)_{i\in I})$. Caractérisation des injections, surjections et bijections. Projecteurs, symétries.
Théorème du rang.

Programme de colle 10 Semaine du lundi 25 au vendredi 29 novembre Classe de PT

Liste des questions de cours

- Pour tout $(u,v) \in \mathscr{L}(E)^2, \qquad \mathrm{Ker}\,(v \circ u) = \mathrm{Ker}\ u \Longleftrightarrow \mathrm{Ker}\ v \cap \mathrm{Im}\ u = \{0\}$
- Centre de $\mathscr{L}(E)$: Les endomorphismes f qui commutent à tout endomorphisme sont les homothéties.
- Interpolation de Lagrange : Pour tout $(a_i) \in \mathbb{R}^{n+1}$ deux à deux distincts et tout $(b_i) \in \mathbb{R}^{n+1}$, il existe un unique $P \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que $P(a_i) = b_i\ \forall i$ (avec preuve). Expression de P (sans preuve).

25 Généralités sur les espaces vectoriels

25.1 Structure algébrique

Caractérisation d'un sous-espace vectoriel, d'un morphisme d'espace vectoriel.
Caractérisation de $\mathrm{Vect}\,(x_1, \ldots, x_k)$ à l'aide des combinaisons linéaires.
Sommes, sommes directes de deux sous-espaces vectoriels.

25.2 Familles et bases, dimension finie

Définition des familles libres, familles liées, famille génératrices, bases.
Définition d'un espace vectoriel de dimension finie. Théorème de base incomplète. Relation entre bases et sommes directes.
Caractérisation de $F = F_1 \oplus F_2$ et de $\mathscr{F}$ est une base, dans un espace vectoriel de dimension finie.
Rang d'une famille de vecteurs.
Morphismes et bases : si $(e_i)_{i\in I}$ est une base de E, alors $u : E \to E'$ est entièrement déterminé par la famille $(u(e_i)_{i\in I})$. Caractérisation des injections, surjections et bijections. Projecteurs, symétries.
Théorème du rang.

Programme de colle 11 Semaine du lundi 2 au vendredi 6 décembre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Interpolation de Lagrange : Pour tout $(a_i) \in \mathbb{R}^{n+1}$ deux à deux distincts et tout $(b_i) \in \mathbb{R}^{n+1}$, il existe un unique $P \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que $P(a_i) = b_i \ \forall i$ (avec preuve). Expression de P (sans preuve). • Soit $E = E_1 \oplus E_2$ un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie, et $\dim E_1 = p$, $\dim E_2 = q$. Alors $u \in \mathscr{L}(E)$ laisse stable E_1 et E_2 si et seulement si il existe une base $\mathscr{B}$ de E telle que $\mathrm{Mat}\,(u, \mathscr{B}) = \left(\begin{array}{c\|c} M_1 & 0 \\ \hline 0 & M_2 \end{array}\right)$ avec$M_1 \in \mathscr{M}_p(\mathbb{K})$ et $M_2 \in \mathscr{M}_q(\mathbb{K})$. • $\mathrm{Tr}\,(AB) = \mathrm{Tr}\,(BA)$.

26 Généralités sur les espaces vectoriels

26.1 Structure algébrique

Caractérisation d'un sous-espace vectoriel, d'un morphisme d'espace vectoriel.
Caractérisation de $\mathrm{Vect}\,(x_1, \ldots, x_k)$ à l'aide des combinaisons linéaires.
Sommes, sommes directes de deux sous-espaces vectoriels.

26.2 Familles et bases, dimension finie

Définition des familles libres, familles liées, famille génératrices, bases.
Définition d'un espace vectoriel de dimension finie. Théorème de base incomplète. Relation entre bases et sommes directes.
Caractérisation de $F = F_1 \oplus F_2$ et de $\mathscr{F}$ est une base, dans un espace vectoriel de dimension finie.
Rang d'une famille de vecteurs.
Morphismes et bases : si $(e_i)_{i \in I}$ est une base de E, alors $u : E \to E'$ est entièrement déterminé par la famille $(u(e_i)_{i \in I})$. Caractérisation des injections, surjections et bijections. Projecteurs, symétries.
Théorème du rang.

27 Matrices

Matrice d'une application linéaire, rang d'une matrice, produit matriciel, transposition, matrices de passage, Formule de changement de base, matrices semblables. Matrices triangulaires. Matrices blocs. Trace d'une matrice, d'un endomorphisme.

Programme de colle 12 Semaine du lundi 9 au vendredi 13 décembre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Soit $E = E_1 \oplus E_2$ un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie, et $\dim E_1 = p$, $\dim E_2 = q$. Alors $u \in \mathscr{L}(E)$ laisse stable E_1 et E_2 si et seulement si il existe une base $\mathscr{B}$ de E telle que $\mathrm{Mat}\,(u, \mathscr{B}) = \left(\begin{array}{c\|c} M_1 & 0 \\ \hline 0 & M_2 \end{array}\right)$ avec$M_1 \in \mathscr{M}_p(\mathbb{K})$ et $M_2 \in \mathscr{M}_q(\mathbb{K})$. • Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ et f définie par $f(M) = -M + \mathrm{Tr}\,(M)A$. Montrer que f est un endomorphisme, et selon la valeur de $\mathrm{Tr}\ A$, déterminer $\mathrm{Ker}\ f$ et $\mathrm{Im}\ f$. • $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ 2 & 2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ n & \cdots & \cdots & n \end{pmatrix}$.

28 Matrices

Matrice d'une application linéaire, rang d'une matrice, produit matriciel, transposition, matrices de passage, Formule de changement de base, matrices semblables. Matrices triangulaires. Matrices blocs. Trace d'une matrice, d'un endomorphisme.

29 Déterminant

29.1 de n vecteurs

Déterminant de n vecteurs d'un espace de dimension n dans une base. Caractérisation des bases.

29.2 d'un endomorphisme

Déterminant d'un endomorphisme u, de $u \circ v$, de u automorphisme.

29.3 d'une matrice

Déterminant d'une matrice, d'un produit de matrice, d'une transposée.
Calculs : opérations sur les colonnes et sur les lignes, déterminant d'une matrice triangulaire blocs, d'une matrice triangulaire. Développement par rapport à une colonne ou une ligne.
Programme de colle 13 Semaine du lundi 16 au vendredi 20 décembre Classe de PT

Liste des questions de cours
• Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ et f définie par $f(M) = -M + \mathrm{Tr}\,(M)A$. Montrer que f est un endomorphisme, et selon la valeur de Tr A, déterminer Ker f et Im f. • $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ 2 & 2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ n & \cdots & \cdots & n \end{pmatrix}$. • Soit $u \in \mathscr{L}(E)$ et $P \in \mathbb{K}[X]$. Si λ est une valeur propre de u, alors $P(\lambda)$ est une valeur propre de $P(u)$.

30 Déterminant

30.1 de n vecteurs

Déterminant de n vecteurs d'un espace de dimension n dans une base. Caractérisation des bases.

30.2 d'un endomorphisme

Déterminant d'un endomorphisme u, de $u \circ v$, de u automorphisme.

30.3 d'une matrice

Déterminant d'une matrice, d'un produit de matrice, d'une transposée.
Calculs : opérations sur les colonnes et sur les lignes, déterminant d'une matrice triangulaire blocs, d'une matrice triangulaire. Développement par rapport à une colonne ou une ligne.

31 Réduction

31.1 Cas général

Valeurs propres et vecteurs propres. Sous-espaces propres. Un famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre. Si P annule u, alors toute valeur propre de u est racine de P.
Cas des projections, des symétries et des endomorphismes nilpotents.

31.2 Dimension finie

Polynôme caractéristique, encadrement de la dimension d'un sous-espace propre (preuve exigible).
CNS de diagonalisation. CS de diagonalisation : cas de χ_u scindé à racines simples.
CNS de trigonalisation. Cas complexe. Savoir trigonaliser un endomorphisme en dimension 3 dans le cas de 2 valeurs propres distinctes.
Si $u \in \mathscr{L}(E)$, E sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, la trace est la somme des valeurs propres (y compris les valeurs propres complexes), et le déterminant le produit des valeurs propres (idem).

Bonnes vacances !

Programme de colle 14 Semaine du lundi 6 au vendredi 10 janvier Classe de PT

Liste des questions de cours
• Soit $u \in \mathscr{L}(E)$ et $P \in \mathbb{K}[X]$. Si λ est une valeur propre de u, alors $P(\lambda)$ est une valeur propre de $P(u)$. • CNS de diagonalisation, CS de diagonalisation et CNS de trigonalisation (sans preuve). • Soit $\Delta : \ell^\infty(\mathbb{R}) \to \ell^\infty(\mathbb{R})$ défini par $\Delta(u)_n = u_{n+1} - u_n$. Valeurs propres et vecteurs propres de Δ.

32 Réduction

32.1 Cas général

Valeurs propres et vecteurs propres. Sous-espaces propres. Un famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre. Si P annule u, alors toute valeur propre de u est racine de P.
Cas des projections, des symétries et des endomorphismes nilpotents.

32.2 Dimension finie

Polynôme caractéristique, encadrement de la dimension d'un sous-espace propre (preuve exigible).
CNS de diagonalisation. CS de diagonalisation : cas de χ_u scindé à racines simples.
CNS de trigonalisation. Cas complexe. Savoir trigonaliser un endomorphisme en dimension 3 dans le cas de 2 valeurs propres distinctes.
Si $u \in \mathscr{L}(E)$, E sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, la trace est la somme des valeurs propres (y compris les valeurs propres complexes), et le déterminant le produit des valeurs propres (idem).

32.3 Applications de la réduction

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2, suites récurrentes linéaires dans $\mathbb{R}^n$, systèmes d'équations différentielles, puissances de matrices.
Programme de colle 15 Semaine du lundi 20 au vendredi 24 janvier Classe de PT

Liste des questions de cours
• Courbes planes : les quatre situations possibles, selon la parité de p et q. Définition de p et q (sans preuves). • À partir de l'équation réduite, savoir donner les éléments caractéristiques (excentricité, coordonnées des foyers, des sommets, des directrices, asymptotes) dans le cas d'une hyperbole. (sans preuve) • Mêmes questions pour la parabole et l'ellipse. (sans preuve)

33 Réduction des endomorphismes

33.1 Cas général

33.2 Dimension finie

33.3 Applications de la réduction

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2, suites récurrentes linéaires dans $\mathbb{R}^n$, systèmes d'équations différentielles, puissances de matrices.

34 Courbes

Révisions de PTSI.

34.1 Coniques

Définition par excentricité, foyer et directrice d'une parabole, d'une ellipse, d'une hyperbole. Équations réduites, centres, sommets, foyers. Asymptotes d'une hyperbole. Équations des tangentes.

34.2 Courbes en coordonnées cartésiennes

34.2.1 Étude locale

Point régulier, tangente, normale. Équation d'une tangente, d'une normale.
Point singulier, définition de la tangente dans le cas singulier.
Position d'une courbe plane par rapport à la tangente, allure de la courbe selon p et q.
Droite tangente, plan normal d'une courbe de $\mathbb{R}^3$.

34.2.2 Courbes planes

Branches infinies. Plan d'étude.
Programme de colle 16 Semaine du lundi 27 au vendredi 31 janvier Classe de PT

Liste des questions de cours
• Courbes planes : les quatre situations possibles, selon la parité de p et q. Définition de p et q (sans preuves). • À partir de l'équation réduite, savoir donner les éléments caractéristiques (excentricité, coordonnées des foyers, des sommets, des directrices, asymptotes) dans les trois cas. (sans preuve) • Formules de Frenet : définition de $\overrightarrow{T}$, de $\overrightarrow{N}$, de γ. Formules liant $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{T}}{\mathrm{d}t}$ et $\gamma(t)$ (avec preuve).

35 Courbes

35.1 Coniques

Définition par excentricité, foyer et directrice d'une parabole, d'une ellipse, d'une hyperbole. Équations réduites, centres, sommets, foyers. Asymptotes d'une hyperbole. Équations des tangentes (révisions de PTSI).

35.2 Courbes en coordonnées cartésiennes

35.2.1 Étude locale

Point régulier, tangente, normale. Équation d'une tangente, d'une normale.
Point singulier, définition de la tangente dans le cas singulier.
Position d'une courbe plane par rapport à la tangente, allure de la courbe selon p et q.
Droite tangente, plan normal d'une courbe de $\mathbb{R}^3$.

35.2.2 Courbes planes

Branches infinies. Plan d'étude.

35.3 Courbes en polaire

Repère mobile. Calcul de la vitesse et de l'accélération dans le repère mobile.
Plan d'étude : symétries, branches infinies, signe de ρ, tangentes.
Équation polaire d'une conique de foyer O. Équations polaires des tangentes à une conique.

35.4 Étude métrique des courbes

35.4.1 Courbes planes

Longueur d'une courbe, abscisse curviligne, repère de Frenet, courbure, rayon de courbure.
Cas des courbes en polaire.

35.4.2 Courbes dans $\mathbb{R}^3$

Longueur, abscisse curviligne.

35.5 Enveloppes

Enveloppe d'une famille de droites. Développées, développante.

Programme de colle 17 Semaine du lundi 3 au vendredi 7 février Classe de PT

Liste des questions de cours

- Formules de Frenet : définition de $\overrightarrow{T}$, de $\overrightarrow{N}$, de γ. Formules liant $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{T}}{\mathrm{d}t}$ et $\gamma(t)$ (avec preuve).
- Développée Γ' de Γ d'équation polaire $\rho = e^{2\theta}$. On effectuera les calculs dans le repère mobile, et on donnera l'équation de Γ' dans le repère mobile de Γ, puis en polaire.
- Sur $E = \mathbb{R}[X]$, $\varphi : (P, Q) \mapsto \displaystyle\int_0^1 P(t)Q(t)\,\mathrm{d}t$ est un produit scalaire.
- Sur $E = \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$, $\varphi : (A, B) \mapsto \mathrm{Tr}\left({}^tAB\right)$ est un produit scalaire.

36 Courbes

36.1 Courbes en polaire

Repère mobile. Calcul de la vitesse et de l'accélération dans le repère mobile.
Plan d'étude : symétries, branches infinies, signe de ρ, tangentes.
Équation polaire d'une conique de foyer O. Équations polaires des tangentes à une conique.

36.2 Étude métrique des courbes

36.2.1 Courbes planes

Longueur d'une courbe, abscisse curviligne, repère de Frenet, courbure, rayon de courbure.
Cas des courbes en polaire.

36.2.2 Courbes dans $\mathbb{R}^3$

Longueur, abscisse curviligne.

36.3 Enveloppes

Enveloppe d'une famille de droites. Développées, développante.

37 Algèbre bilinéaire

37.1 Préhilbertiens

Définition d'un produit scalaire, norme associée, propriétés de la norme.
Inégalité de Cauchy-Schwarz, identité du parallélogramme, Théorème de Pythagore.
Orthogonalité : vecteurs orthogonaux, famille orthogonale. Orthogonal d'un sous-espace.
Programme de colle 18 Semaine du lundi 10 au vendredi 14 février Classe de PT

Liste des questions de cours
• Sur $E = \mathbb{R}[X]$, $\varphi : (P, Q) \mapsto \int_0^1 P(t)Q(t)\,\mathrm{d}t$ est un produit scalaire. • Sur $E = \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$, $\varphi : (P, Q) \mapsto \mathrm{Tr}\,({}^tAB)$ est un produit scalaire. • Liberté des familles orthogonales de vecteurs non nuls • Un projecteur p est un projecteur orthogonal si et seulement si $\forall x \in E\ \|p(x)\| \leqslant \|x\|$.

38 Algèbre bilinéaire

38.1 Préhilbertiens

Définition d'un produit scalaire, norme associée, propriétés de la norme.
Inégalité de Cauchy-Schwarz, identité du parallélogramme, Théorème de Pythagore.
Orthogonalité : vecteurs orthogonaux, famille orthogonale. Orthogonal d'un sous-espace.

38.2 Euclidiens

Existence de bases orthonormales ; méthode de Schmidt. Calculs dans une base orthonormale.
Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie ; distance à un tel sous-espace.
Principe des méthodes de moindres carrés.

38.3 Isométries

Définition et valeurs propres d'une isométrie (ou endomorphisme orthogonal). Groupe $\mathscr{O}(E)$.
Définition et déterminant d'une matrice orthogonale. Groupes $\mathscr{O}_n(\mathbb{R})$ et $SO_n(\mathbb{R})$.
Description dans le cas des dimensions 2 et 3, études pratiques. En particulier détermination de l'axe et de l'angle d'une rotation de $\mathbb{R}^3$.
Programme de colle 19 Semaine du lundi 17 au vendredi 21 février Classe de PT

Liste des questions de cours
• Liberté des familles orthogonales de vecteurs non nuls • Un projecteur p est un projecteur orthogonal si et seulement si $\forall x \in E\ \|p(x)\| \leqslant \|x\|$. • Si $f \in \mathscr{L}(E)$ est endomorphisme symétrique, ses sous-espaces propres sont deux à deux orthogonaux • Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$. $S = {}^tAA$ est une matrice symétrique dont toutes les valeurs propres sont positives.

39 Algèbre bilinéaire

39.1 Euclidiens

Existence de bases orthonormales ; méthode de Schmidt. Calculs dans une base orthonormale.
Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie ; distance à un tel sous-espace.
Principe des méthodes de moindres carrés.

39.2 Isométries

Définition et valeurs propres d'une isométrie (ou endomorphisme orthogonal). Groupe $\mathscr{O}(E)$.
Définition et déterminant d'une matrice orthogonale. Groupes $\mathscr{O}_n(\mathbb{R})$ et $SO_n(\mathbb{R})$.
Description dans le cas des dimensions 2 et 3, études pratiques. En particulier détermination de l'axe et de l'angle d'une rotation de $\mathbb{R}^3$.

39.3 Endomorphismes symétriques

Définition d'un endomorphisme et d'une matrice symétrique. Théorèmes de réduction des endomorphismes symétrique et de diagonalisation des matrices symétriques.
Programme de colle 20 Semaine du lundi 10 au vendredi 14 mars Classe de PT

Liste des questions de cours

- Si $f \in \mathscr{L}(E)$ est endomorphisme symétrique, ses sous-espaces propres sont deux à deux orthogonaux
- Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$. $S = {}^tAA$ est une matrice symétrique dont toutes les valeurs propres sont positives.
- Preuve du critère des séries alternées, avec corollaires (encadrement de la somme, signe et majoration du reste).
- Nature de la série $u_n = (-1)^n\sqrt{n}\sin(\dfrac{1}{n})$.

40 Algèbre bilinéaire

40.1 Endomorphismes symétriques

Définition d'un endomorphisme et d'une matrice symétrique. Théorèmes de réduction des endomorphismes symétrique et de diagonalisation des matrices symétriques.

41 Séries numériques

41.1 Généralités

Vocabulaire : terme général, somme partielle, reste. Série convergente et divergente. Les séries convergentes forment un espace vectoriel. Séries télescopiques.

41.2 Séries à termes positifs

Séries usuelles (Riemann, géométriques), relations de comparaison (majoration, $\sim$), critère de d'Alembert. Comparaison série - intégrale.

41.3 Convergence absolue

41.4 Séries alternées

Définition, critère des séries alternées, encadrement de la somme et majoration du reste.
Programme de colle 21 Semaine du lundi 17 au vendredi 21 mars Classe de PT

Liste des questions de cours

- Preuve du critère des séries alternées, avec corollaires (encadrement de la somme, signe et majoration du reste).
- Nature de la série $u_n = (-1)^n\sqrt{n}\sin(\dfrac{1}{n})$.
- Rayon de $\sum \dfrac{\mathrm{ch}\,(n)}{n} z^{2n}$ et DSE en 0 de $\dfrac{\ln(1+x)}{x}$.
- Énoncé des théorèmes de Dirichlet et Parseval.
- La famille des $c_n : x \mapsto \cos(n\omega x)$ et $s_n : x \mapsto \sin(n\omega x)$ est orthogonale pour le produit scalaire usuel sur $\mathscr{C}^0_T(\mathbb{R})$. Norme des c_n et s_n (un calcul de chaque type).

42 Séries numériques

42.1 Généralités

Vocabulaire : terme général, somme partielle, reste. Série convergente et divergente. Les séries convergentes forment un espace vectoriel. Séries télescopiques.

42.2 Séries à termes positifs

Séries usuelles (Riemann, géométriques), relations de comparaison (majoration, $\sim$), critère de d'Alembert. Comparaison série - intégrale.

42.3 Convergence absolue

42.4 Séries alternées

Définition, critère des séries alternées, encadrement de la somme et majoration du reste.

43 Séries entières

43.1 Variable complexe

Rayon de convergence. Exponentielle complexe.

43.2 Variable réelle

Continuité, intégration terme à terme, dérivation terme à terme de la fonction somme. Comportement au bord.
Unicité du développement en série entière (application : résolution d'équations différentielles).

43.3 Séries entières usuelles

À connaître impérativement, et à savoir reconnaître, au voisinage de 0 :

$$\frac{1}{1-x},\quad \frac{1}{1+x},\quad \ln(1+x),\quad e^x,\quad \mathrm{ch}\,(x),\quad \mathrm{sh}\,(x),\quad \cos(x),\quad \sin(x),\quad (1+x)^\alpha$$

avec $\alpha \in \mathbb{R}$.

44 Séries de Fourier

44.1 Coefficients et sommes partielles

Coefficients de Fourier $a_n(f)$ et $b_n(f)$ d'une fonction T-périodique f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sommes partielles $S_N(f)(x) = a_0(f) + \sum_{n=1}^{N} [a_n(f)\cos(n\omega x) + b_n(f)\sin(n\omega x)]$.

44.2 Théorèmes

Formule de Parseval. Théorème de Dirichlet. Cas où f est continue.
Programme de colle 22 Semaine du lundi 24 au vendredi 28 mars Classe de PT

Liste des questions de cours

- Rayon de $\sum \frac{\text{ch}\,(n)}{n} z^{2n}$ et DSE en 0 de $\frac{\ln(1+x)}{x}$.
- Énoncé des théorèmes de Dirichlet et Parseval.
- La famille des $c_n : x \mapsto \cos(n\omega x)$ et $s_n : x \mapsto \sin(n\omega x)$ est orthogonale pour le produit scalaire usuel sur $\mathscr{C}^0_T(\mathbb{R})$. Norme des c_n et s_n (un calcul de chaque type).
- L'application $(x, y) \mapsto \frac{xy}{x^2 + y^2}$ n'a pas de limite en $(0, 0)$. L'application $(x, y) \mapsto \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ et $(0, 0) \mapsto 0$ est continue en $(0, 0)$.
- Théorème sur les extrema (en fonction de r, t et s).

45 Séries entières

45.1 Variable complexe

Rayon de convergence. Exponentielle complexe.

45.2 Variable réelle

Continuité, intégration terme à terme, dérivation terme à terme de la fonction somme. Comportement au bord. Unicité du développement en série entière (application : résolution d'équations différentielles).

45.3 Séries entières usuelles

À connaître impérativement, et à savoir reconnaître, au voisinage de 0 :

$$\frac{1}{1-x},\quad \frac{1}{1+x},\quad \ln(1+x),\quad e^x,\quad \text{ch}\,(x),\quad \text{sh}\,(x),\quad \cos(x),\quad \sin(x),\quad (1+x)^\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

46 Séries de Fourier

46.1 Coefficients et sommes partielles

Coefficients de Fourier $a_n(f)$ et $b_n(f)$ d'une fonction T-périodique f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sommes partielles $S_N(f)(x) = a_0(f) + \sum_{n=1}^{N} [a_n(f)\cos(n\omega x) + b_n(f)\sin(n\omega x)]$.

46.2 Théorèmes

Formule de Parseval. Théorème de Dirichlet. Cas où f est continue.

47 Fonctions de plusieurs variables

47.1 Topologie et continuité

Norme et distance euclidienne dans $\mathbb{R}^m$. Définitions des boules, des parties ouvertes, des parties fermées, des parties bornées.
Limite d'une suite d'éléments à valeurs dans $\mathbb{R}^m$; caractérisation à l'aide des suites coordonnées. Toute suite convergente est bornée. Opérations algébriques (ne pas être trop technique).
Fonctions continues de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^m$, opérations algébriques, composition. L'image d'un fermé borné par une application continue est continue.

47.2 Calcul différentiel

Applications $\mathscr{C}^1$, matrice jacobienne, différentielle. Gradient.
Formule de composition, traduction matricielle. Cas des $\mathscr{C}^1$ difféomorphismes. Applications aux EDP.
Dérivées partielles d'ordre supérieur, théorème de Schwarz.
Fonctions de $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ ouvert dans $\mathbb{R}$: formule de Taylor-Young à l'ordre 2, application à l'étude des extrema locaux.

Programme de colle 23 Semaine du lundi 31 mars au vendredi 4 avril Classe de PT

Liste des questions de cours
• L'application $(x,y) \mapsto \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ n'a pas de limite en $(0,0)$. L'application $(x,y) \mapsto \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}$ et $(0,0) \mapsto 0$ est continue en $(0,0)$. • Théorème sur les extrema (en fonction de r, t et s). • Formule du calcul de l'aire d'un morceau de plan (délimitée par une courbe fermée, en paramétrique ou en polaire). • Classification des quadriques : équation réduite et nature des 4 quadriques à centre et des 2 paraboloïdes.

48 Fonctions de plusieurs variables

48.1 Topologie et continuité

Norme et distance euclidienne dans $\mathbb{R}^m$. Définitions des boules, des parties ouvertes, des parties fermées, des parties bornées.
Limite d'une suite d'éléments à valeurs dans $\mathbb{R}^m$; caractérisation à l'aide des suites coordonnées. Toute suite convergente est bornée. Opérations algébriques (ne pas être trop technique).
Fonctions continues de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^m$, opérations algébriques, composition. L'image d'un fermé borné par une application continue est continue.

48.2 Calcul différentiel

Applications $\mathscr{C}^1$, matrice jacobienne, différentielle. Gradient.
Formule de composition, traduction matricielle. Cas des $\mathscr{C}^1$ difféomorphismes. Applications aux EDP.
Dérivées partielles d'ordre supérieur, théorème de Schwarz.
Fonctions de $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ ouvert dans $\mathbb{R}$: formule de Taylor-Young à l'ordre 2, application à l'étude des extrema locaux.

48.3 Intégrales multiples

Intégrales doubles et triples. Théorème de Fubini. Changements de variables classiques (polaire dans le plan, cylindrique et sphérique dans l'espace) et formules générales.

48.4 Champs de vecteurs

Gradient, potentiel scalaire. Intégrale sur un arc, circulation, formule de Green-Riemann. Application au calcul de l'aire d'un morceau de surface (délimité par une courbe en polaire ou paramétrique dans $\mathbb{R}^2$).

49 Formes quadratiques, quadriques

49.1 Formes quadratiques sur $\mathbb{R}^n$

Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques, forme polaire associée.
Matrice d'une forme quadratique, formule de changement de base.
Réduction d'une forme quadratique *dans une base orthonormale.*

49.2 Coniques, quadriques

Étude algébrique : équation réduite, axes, centre éventuel.
Classification des coniques et des quadriques : équation réduite et allure.
Révision du programme de PTSI sur les coniques.
Programme de colle 24 Semaine du lundi 7 au vendredi 11 avril Classe de PT

Liste des questions de cours
• Formule du calcul de l'aire d'un morceau de plan (délimitée par une courbe fermée, en paramétrique ou en polaire). • Classification des quadriques : équation réduite et nature des 4 quadriques à centre et des 2 paraboloïdes. • Vecteur tangent d'une nappe paramétrée. Vecteur normal d'une surface définie par une équation implicite. Vecteur tangent d'une courbe définie par deux équations implicites. • Équations paramétriques d'un cylindre et d'un cône (lorsque la directrice est sous forme paramétrique).

50 Fonctions de plusieurs variables

50.1 Intégrales multiples

Intégrales doubles et triples. Théorème de Fubini. Changements de variables classiques (polaire dans le plan, cylindrique et sphérique dans l'espace) et formules générales.

50.2 Champs de vecteurs

Gradient, potentiel scalaire. Intégrale sur un arc, circulation, formule de Green-Riemann. Application au calcul de l'aire d'un morceau de surface (délimité par une courbe en polaire ou paramétrique dans $\mathbb{R}^2$).

51 Formes quadratiques, quadriques

51.1 Formes quadratiques sur $\mathbb{R}^n$

Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques, forme polaire associée.
Matrice d'une forme quadratique, formule de changement de base.
Réduction d'une forme quadratique *dans une base orthonormale.*

51.2 Coniques, quadriques

Étude algébrique : équation réduite, axes, centre éventuel.
Classification des coniques et des quadriques : équation réduite et allure.
Révision du programme de PTSI sur les coniques.

52 Surfaces

52.1 Généralités

52.1.1 Définitions

Définition d'une surface à l'aide d'une équation paramétrique ou cartésienne. Aire d'un morceau de surface. Courbe tracée sur une surface. Définition et équation du plan tangent dans les cas paramétrique et cartésien.

52.1.2 Courbes comme intersection de deux surfaces

Condition suffisante d'existence, tangente. Projection sur un plan de coordonnées d'une courbe définie par deux équations cartésiennes.

52.2 Surfaces usuelles

52.2.1 Cylindres et cônes

Définition géométrique, équations paramétrique et cartésienne d'un cylindre. Contour apparent cylindrique, cylindre tangent à une surface.
Définition géométrique, équations paramétrique et cartésienne d'un cône. Contour apparent conique, cône tangent à une surface.

52.2.2 Surfaces de révolution

Définition géométrique, équations paramétrique et cartésienne d'une surface de révolution. Méridienne, parallèle.
Savoir reconnaître une surface (donnée par son équation cartésienne) de révolution lorsque l'axe de révolution est un axe de coordonnées.
Programme de colle 25 Semaine du lundi 14 au vendredi 18 avril Classe de PT

Liste des questions de cours
• Vecteur tangent d'une nappe paramétrée. Vecteur normal d'une surface définie par une équation implicite. Vecteur tangent d'une courbe définie par deux équations implicites. • Équations paramétriques d'un cylindre (lorsque la directrice est sous forme paramétrique), méthode pour l'équation cartésienne (lorsque la directrice est sous forme de deux équations cartésiennes. • Même chose pour un cône. • Même chose pour une surface de révolution, cas des quadriques.

53 Surfaces

53.1 Généralités

53.1.1 Définitions

Définition d'une surface à l'aide d'une équation paramétrique ou cartésienne. Aire d'un morceau de surface. Courbe tracée sur une surface. Définition et équation du plan tangent dans les cas paramétrique et cartésien.

53.1.2 Courbes comme intersection de deux surfaces

Condition suffisante d'existence, tangente. Projection sur un plan de coordonnées d'une courbe définie par deux équations cartésiennes.

53.2 Surfaces usuelles

53.2.1 Cylindres et cônes

Définition géométrique, équations paramétrique et cartésienne d'un cylindre. Contour apparent cylindrique, cylindre tangent à une surface.
Définition géométrique, équations paramétrique et cartésienne d'un cône. Contour apparent conique, cône tangent à une surface.

53.2.2 Surfaces de révolution

Définition géométrique, équations paramétrique et cartésienne d'une surface de révolution. Méridienne, parallèle. Savoir reconnaître une surface (donnée par son équation cartésienne) de révolution lorsque l'axe de révolution est un axe de coordonnées. Cas des quadriques.

53.2.3 Surfaces réglées

Définition géométrique, équation paramétrique. Surface développable.

54 Équations différentielles

54.1 Équations linéaires à coefficient constant

Équations d'ordre 1 et 2, révision de première année.